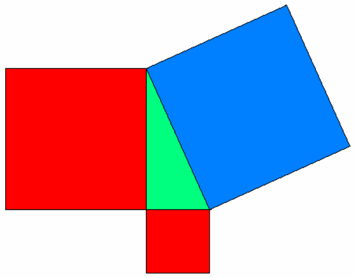
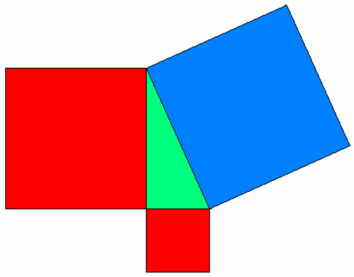
1. Le Théorème de Pythagore

Dans les triangles rectangles, le carré sur le côté sous-tendant l'angle droit est egal aux carrés sur les côtés contenant l'angle droit



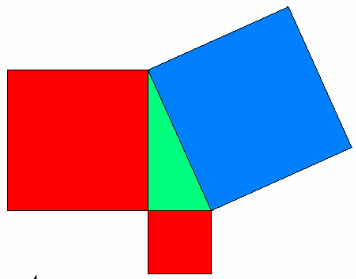
Pour le le démontrer on doit simplement disposer le quatre triangles rectangles dans le grand carré de deux façons différentes: la partie non couverte du carré est égale une fois aux carrés des côtés, l'autre au carré de l'hypoténuse.
Savez-vous le faire?

2. Le Théorème de Pythagore



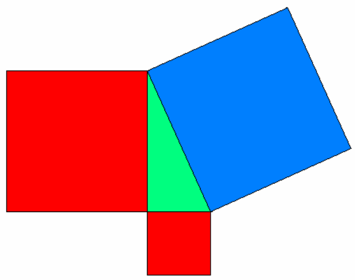
On peut démontrer que deux polygones ont la même aire en les découpant en les mêmes pièces. Les cinq morceaux de ce puzzle peuvent être utilisés à la fois pour rassembler les carrés des côtés ou pour rassembler le carré de l'hypothénuse.
Facile? Essayez.

3. Le Théorème de Pythagore



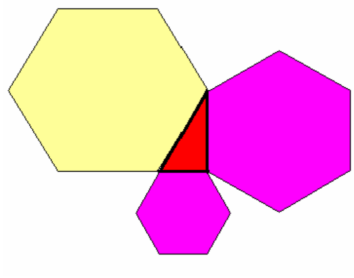
Si deux polygones sont composés par les mêmes pièces, on dit qu'ils sont équivalents par découpage et recollement. Ils ont évidemment la même aire; viceversa deux polygones de même aire sont équivalents par découpage et recollement. Cette propriété, qui n'est pas facile à démontrer, n'est plus valide en trois dimensions: il y a des pyramides de même volume qui ne sont pas équivalentes par découpage et recollement.

4. Le Théorème de Pythagore



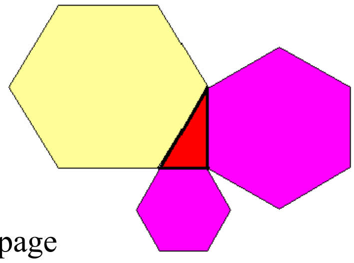
Dans ce puzzle, nous avons tracé seulement le triangle rectangle. Une des pièces est le carré du petit côté et que les quatre autres pièces sont égales, mais la solution est moins facile qu'elle pourrait paraître.

5. Figures similaires



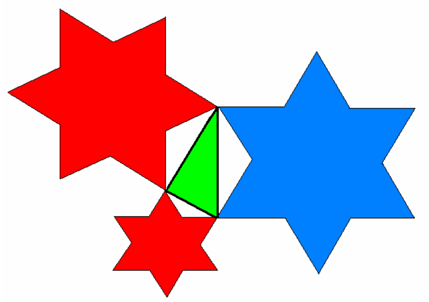
Le théorème de Pythagore reste valide si au lieu des carrés on considére des triangles, des pentagones ou d'autres polygones réguliers. Dans ce cas, les hexagones des côtés sont équivalents à l'hexagone construit sur l'hypothénuse.

6. Figures similaires



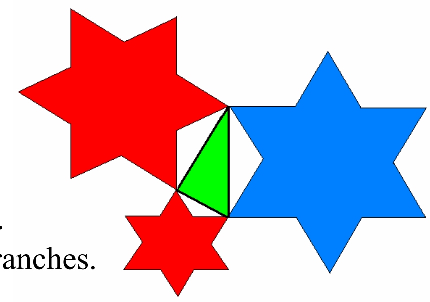
On peut appliquer le théorème de Pythagore aux polygones réguliers arbitraires car leurs aires sont proportionnelles aux carrés des côtés. Nous pouvons vérifier à nouveau le théorème avec un différent decoupage des hexagones.

7. Figures similaires



Il n'est pas nécessaire que les figures sur les côtés et sur l'hypothenuse soient des polygones réguliers; il suffit qu'ils soient similaires, c'est-à-dire avec la même forme: par exemple, des étoiles à six branches.

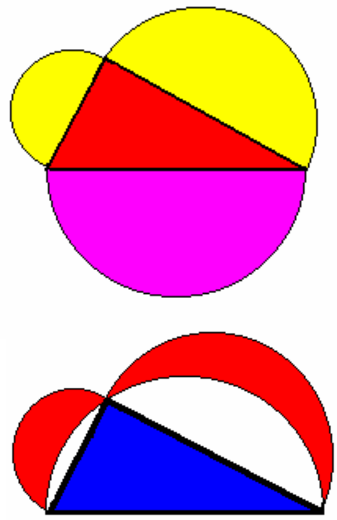
8. Figures similaires



Dans ce cas aussi, la démonstration est que les aires de figures similaires sont proportionnelles aux carrés des segments correspondants. Ce résultat est illustré par une singulière décomposition d'étoiles à six branches.

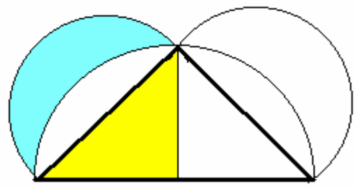
9. Lunules

Si les figures sur les côtés du triangle rectangle sont des demi-cercles, nous avons que les demi-cercles des côtés sont équivalents à celui de l'hypoténuse. Si nous renversons ce dernier demi-cercle, et nous supprimons le parties en commune avec les demi-cercles des côtés, les figures qui restent, le triangle et les autres figures à forme de lune (dont le nom latin *lunulae* signifie petites lunes), auront des aires égales, comme vous pouvez vérifier avec la balance.



10. Lunules

Si le triangle rectangle a deux côtés égaux, les deux lunules seront égales et chacune aura la même aire que la moitié du triangle.
C'est le premier cas historiquement documenté dans lequel une figure curviligne et une rectiligne ont la même aire.
Ce résultat est dû à Hyppocrates de Chios, qui a vécu au 5ème siècle avant J.C.. Ce résultat peut également être vérifié avec la balance.

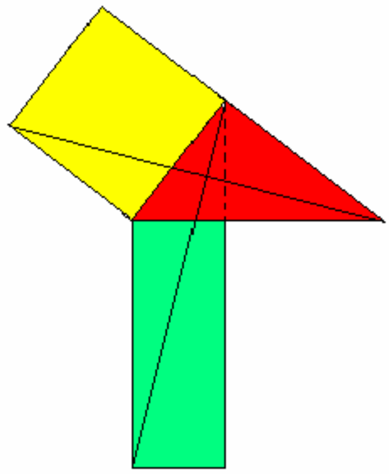


11. Le théorème d'Euclide

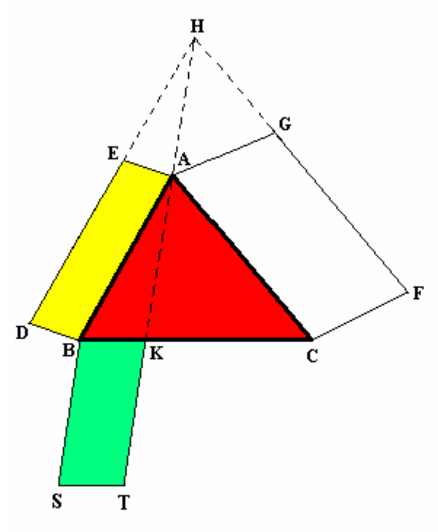
Dans '*Les Eléments*' d'Euclide, la preuve du théorème de Pythagore necessite d'un autre résultat, connu sous le nom de théorème d'Euclide:

Dans un triangle rectangle, le carré construit sur un côté est équivalent au rectangle ayant pour côtés l'hypoténuse et le projection de ce côté de l'hypoténuse

Comme d'habitude, nous pouvons vérifier la validité de ce théorème au moyen d'un puzzle.



12. Le théorème de Pappus.



Pappus d'Alexandrie, mathématicien du 4ème siècle avant J.C., a démontré une version du théorème d'Euclide: on considère un triangle qui n'est pas rectangle, et au lieu d'un carré un parallélogramme arbitraire. Le casse-tête illustre ce théorème: les deux parallélogrammes ABDE et BKST, avec TK = HA, ont la même aire et peuvent donc être remplis avec les mêmes pièces. Si le triangle ABC est rectangle et le parallélogramme ABDE est un carré, BKST est le rectangle ayant pour côtés l'hypothenuse et la projection de ce côté sur l'hypothenuse, et le théorème de Pappus se réduit à celui d'Euclide.