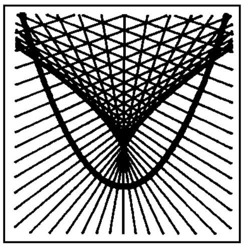
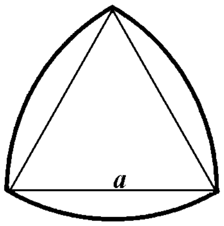
OLTRE IL COMPASSO
La geometria delle curve



Curve a spessore costante

Un cerchio che rotola su una retta rimane sempre nella striscia di piano compresa tra questa e la parallela a distanza uguale al diametro del cerchio. Nel muoversi il cerchio è sempre in contatto con entrambe le rette: è una figura di ampiezza costante.
A prima vista sembra strano che ci siano altre figure con la stessa proprietà; invece se ne possono costruire quante se ne vuole.



Triangolo di Reuleux

La più semplice figura di ampiezza costante dopo il cerchio è il triangolo di Reuleaux, dal nome dell’ingegnere e matematico tedesco Franz Reuleaux (1829-1905): si costruisce partendo da un triangolo equilatero e tracciando tre archi di cerchio, di raggio uguale al lato del triangolo, aventi il centro in uno dei vertici e gli estremi sugli altri due. L’ampiezza di questa figura è uguale alla lunghezza del lato del triangolo equilatero.

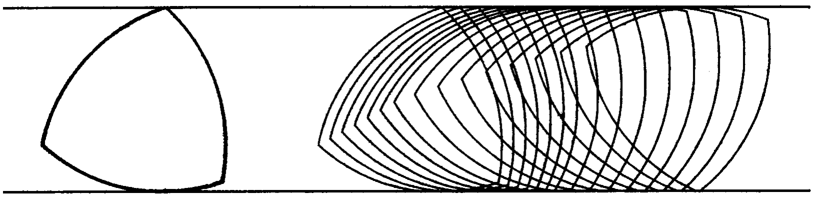
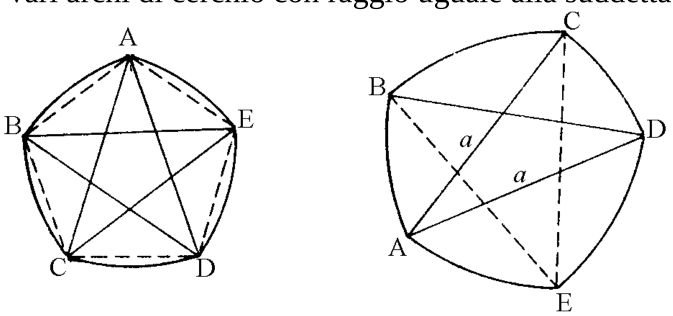


Figure più generali dei triangoli di Reauleaux sono i poligoni di Reuleaux; si costruiscono utilizzando un qualsiasi poligono regolare convesso con un numero dispari di lati: queste figure sono pertanto costituite da un numero dispari di archi di cerchio di ugual raggio e possiedono lo stesso numero di vertici[1].
Per ottenere figure di ampiezza costanti non è necessario considerare esclusivamente poligoni regolari con un numero dispari di vertici; si può anche utilizzare un poligono irregolare convesso per il quale le lunghezze delle diagonali del poligono che congiungono ciascun vertice coi due vertici opposti sono tutte uguali tra loro. In tal modo dal poligono di partenza si possono tracciare i vari archi di cerchio con raggio uguale alla suddetta diagonale.

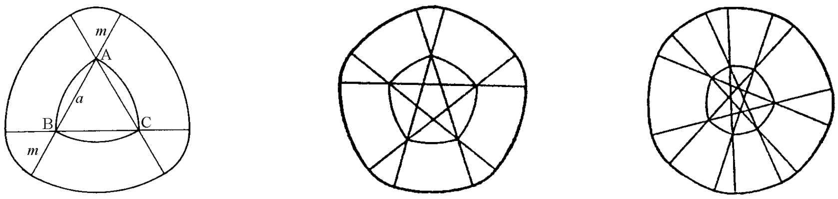


Poligoni di Reuleaux

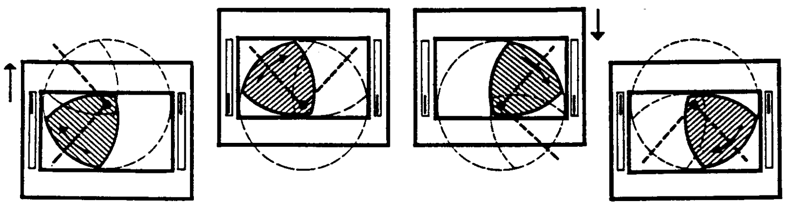
Pertanto, utilizzando il metodo esposto, da poligoni aventi $2n+1$ lati si ottengono figure di ampiezza costante aventi come lati $2n+1$ archi di cerchio e $2n+1$ vertici.

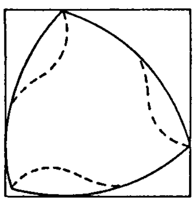
[1] Per vertice intenderemo il punto di raccordo tra due archi di cerchio successivi.

E’ anche possibile costruire figure prive di "punti angolosi" ed ancora costituite da soli archi di cerchio secondo una costruzione detta “dilatazione parallela”.
Consideriamo ad es. il triangolo di Reuleaux ABC. Sostituiamo i tre archi di cerchio di raggio *a* con tre archi di cerchio ad essi paralleli, e quindi con centri ancora in A, B, C e raggio $a+m$, dove m è una quantità arbitraria. Successivamente raccordiamo tra loro a due a due questi nuovi archi con tre archi di cerchio di centri A, B, C e di raggio *m*: ciò che si ottiene è una curva di ampiezza costante $a+2m$ priva di punti angolosi.
La dilatazione parallela può essere utilizzata per poligoni aventi un numero dispari di lati sia regolari che irregolari.



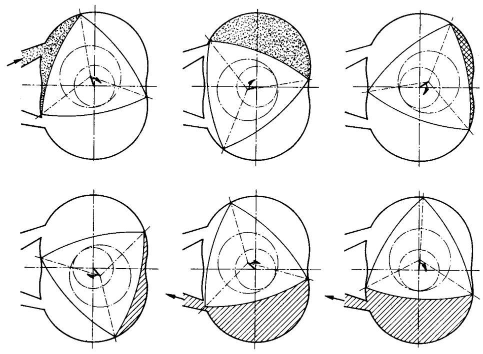
Si può dimostrare che **tutte le curve di ampiezza costante *a* hanno lunghezza uguale a πa**: pertanto non solo una circonferenza di diametro *a* è lunga πa ma anche un triangolo di Reuleaux o una qualsiasi curva di ampiezza *a* costante hanno un perimetro uguale a πa.
Le curve di ampiezza costante sono state utilizzate in numerose applicazioni meccaniche.
Il dispositivo dei moderni proiettori che consente alla pellicola di avanzare a scatti, permettendo la successione dei fotogrammi, ad esempio, è costituito da un telaio rettangolare, che può muoversi soltanto in direzione verticale, in cui un triangolo di Reuleaux può ruotare intorno ad un suo vertice. La rotazione del triangolo di Reuleaux provoca lo spostamento verso l’alto del telaio rettangolare permettendo in questo modo l’avanzamento di un nuovo tratto di pellicola e quindi la visione del fotogramma successivo.





Poiché il triangolo di Reuleaux può ruotare in un quadrato circoscritto mantenendosi in contatto contemporaneamente con tutti e quattro i suoi lati e durante la rotazione ciascuno dei suoi vertici traccia una traiettoria approssimativamente quadrata è possibile costruire una punta da trapano per realizzare fori quadrati la cui sezione è un triangolo di Reuleaux reso concavo da tre insenature in modo da permettere il taglio dei bordi e la fuoriuscita dei trucioli.

Un’altra importante applicazione meccanica è quella del motore Wankel nel quale la sezione del pistone rotante è un triangolo di Reuleaux: una volta che il carburante viene immesso nella camera di lavoro del motore, con la rotazione del pistone, si determina la sua compressione e la conseguente combustione a cui seguono la fase di espansione e la successiva espulsione dei prodotti di combustione.



Le fasi del motore Wankel