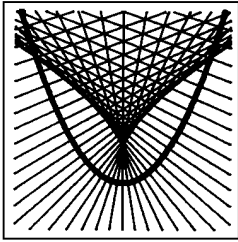


OLTRE IL COMPASSO

La geometria delle curve



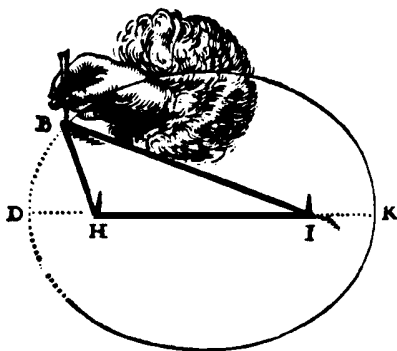
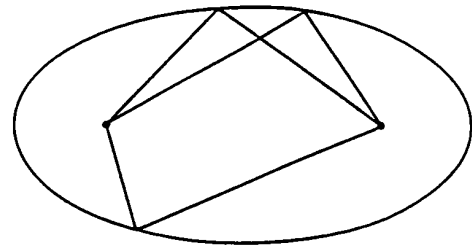
Echi e riflessi

Un sasso gettato in uno stagno provoca un sistema di onde concentriche, che si allargano in tutte le direzioni. Quando arrivano sulla riva, specie se è abbastanza netta come in un bacino artificiale, si riflettono e si intersecano sovrapponendosi, in maniera spesso caotica. A volte però può accadere che le onde riflesse vadano concentrandosi in una zona ristretta dell'acqua, creando una specie di eco liquido.

L'eco rimanda al suono; e infatti anche il suono si propaga sotto forma di onde concentriche, stavolta tridimensionali: in questo caso è l'aria che vibra, non trasversalmente come prima, ma longitudinalmente. Anche le onde sonore si riflettono urtando come un ostacolo, e in alcuni casi tendono a concentrarsi di nuovo attorno a qualche punto dando origine all'eco. Lo stesso fenomeno avviene per le onde luminose che si riflettono in uno specchio.

Naturalmente la formazione di un'eco dipende dalla posizione della sorgente e dalla forma della parete riflettente; ci sono alcune pareti che disperdono le onde sonore, altre che le concentrano più o meno precisamente attorno ad un punto. Quest'ultimo fenomeno è particolarmente preciso se la parete riflettente è un'ellisse.

Questa curva che si ottiene tagliando un cono con un piano che non passa per il vertice e che l'attraversa tutto, è caratterizzata dall'aver al suo interno due punti disposti simmetricamente sull'asse maggiore, i *fuochi*, con la proprietà che un sistema di onde concentriche che esce da un fuoco e si riflette sull'ellisse, va a concentrarsi nell'altro.



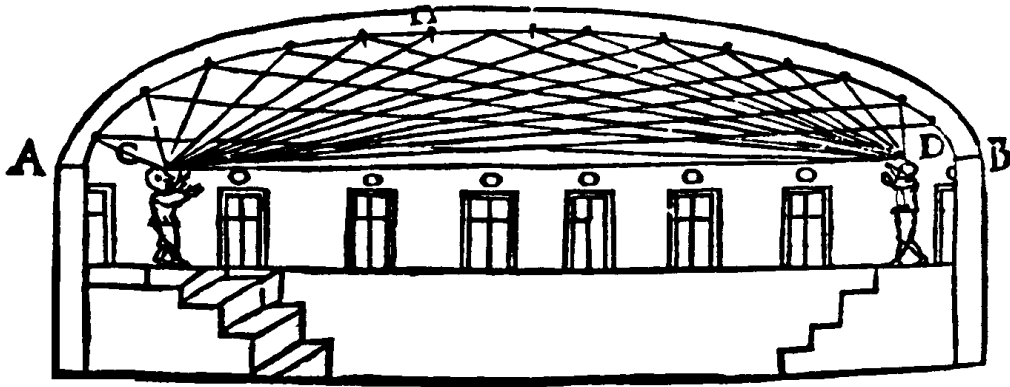
I due fuochi hanno anche un'altra caratteristica: se si prende un punto sull'ellisse e lo si unisce con i due fuochi, la somma delle lunghezze dei segmenti così ottenuti è sempre la stessa, da qualsiasi punto si sia partiti. Di questo fatto ci si può servire per disegnare un'ellisse: basta infatti fissare gli estremi di una cordicella a due punti sul foglio, e percorrerla con una matita tenendola sempre tesa. La curva risultante sarà un'ellisse.

Le due proprietà focali sono legate tra loro. Supponiamo infatti che un raggio di luce vada da un punto a un altro dopo una riflessione su uno specchio curvo. Per il principio di Fermat, tra tutti i punti dello specchio, il raggio si riflette in quello che rende minima la strada totale percorsa. Di qui segue che l'angolo di incidenza deve essere uguale a quello di riflessione; in caso contrario sarebbe possibile diminuire il cammino percorso dal raggio.

Supponiamo ora che lo specchio sia ellittico, e che i due punti siano i fuochi dell'ellisse. Per quanto abbiamo detto, il punto in cui avviene la riflessione deve rendere minima la somma delle distanze percorse; ma questa somma è sempre la stessa per tutti i punti dell'ellisse, e dunque tutti i punti andranno ugualmente bene. Di conseguenza, tutti i raggi che partono da un fuoco e si riflettono sull'ellisse vanno a finire nell'altro fuoco.

Questo fatto può essere sfruttato per ottenere interessanti risultati sonori in una camera con una volta a forma di ellissoide di rotazione (ottenuta cioè ruotando una mezza ellisse intorno all'asse). Se si parla stando in un fuoco, a un ascoltatore che si trovi nell'altro fuoco giungono le onde sonore riflesse da tutti i punti della volta; egli sentirà anche dei suoni molto deboli. Se invece, sempre conservando la sorgente in un fuoco, l'ascoltatore si mette in un punto lontano dal secondo fuoco, gli giungeranno solo le onde riflesse in alcuni punti della volta, e quindi non sentirà praticamente nulla.

Molti palazzi rinascimentali (quello di Schifanoia a Ferrara o quello di Carlo V a Granada) hanno camere costruite in questo modo, ancor oggi oggetto di meraviglia per i visitatori.



Athanasius Kircher: *Musurgia Universalis sive Ars Magna consoni et dissoni. Tomus II*, Roma 1650