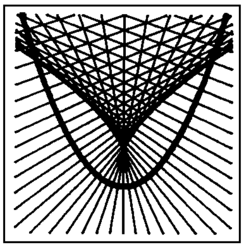
OLTRE IL COMPASSO
La geometria delle curve



La geometria del compasso

Il risultato fondamentale della *Geometria del compasso* si può enunciare molto semplicemente: tutte le operazioni eseguibili con la riga e il compasso si possono condurre a termine solo con il compasso.

Questa affermazione ha bisogno di qualche precisazione perché presa alla lettera è falsa. Infatti con la riga si può tracciare una retta, cosa che evidentemente non si può fare col solo compasso. Di conseguenza, dobbiamo rinunciare a qualcosa: col solo compasso si può fare tutto quello che si faceva anche con la riga, tranne che tracciare rette.

Ma cosa si può fare con riga e compasso? In primo luogo, si tracciano rette e cerchi; più precisamente, si può tirare la retta che unisce due punti, e disegnare un cerchio con centro in un punto e raggio assegnato. Alla prima di queste operazioni abbiamo rinunciato, la seconda si fa col compasso.

Ma rette e cerchi non sono fine a se stessi; in molti casi servono per costruire altri punti, per mezzo delle intersezioni di una retta con un cerchio, di due rette, di due cerchi.

Quest'ultima operazione rimane immutata anche rinunciando alla riga; invece le altre due devono ora essere condotte a termine con procedimenti diversi da quelli che si utilizzavano avendo a disposizione la riga. Infatti nell'intersezione di una retta con un cerchio, solo quest'ultimo è dato effettivamente, mentre la prima non è tracciata, ma è individuata per mezzo di due punti. Siamo così giunti al seguente problema: dato un cerchio di centro O e raggio r e due punti A e B, costruire col solo compasso i punti di intersezione del cerchio con la retta che passa per A e B.

Analogamente, l'intersezione di due rette prende la forma: dati quattro punti A, B, C e D, trovare col solo compasso il punto in cui la retta AB incontra la retta CD.

Queste due operazioni condensano tutta la teoria; infatti ogni costruzione, anche la più complessa, non è altro che una sequenza di operazioni elementari, consistenti in una delle intersezioni che abbiamo visto. Una volta dimostrato che queste possono essere costruite col solo compasso, tutte le altre lo saranno di conseguenza.

Naturalmente, le costruzioni con il solo compasso sono molto più lunghe di quelle che si possono compiere usando la riga. A titolo di esempio, faremo vedere come si possano costruire le intersezioni di una retta e di un cerchio. Un'altra costruzione, più complessa di questa, si può vedere al computer.

Come trovare le intersezioni di un cerchio e una retta col solo compasso

Vogliamo intersecare la circonferenza di centro *O* e raggio *r* con la retta *AB*.

1. Con centri in *A* e *B* tracciamo le circonferenze di raggio *OA* e *OB*. Queste si intersecheranno in *O* e in un secondo punto *O'*, simmetrico di *O* rispetto alla retta *AB*. Si noti che le rette tratteggiate non servono per compiere la costruzione, ma solo per facilitare l'esposizione.
2. Con centro *O'* e raggio *r*, tracciamo una seconda circonferenza, che intersecherà la prima in due punti *P* e *Q*. Dico che *P* e *Q* sono i punti richiesti.
   Infatti la retta *AB* è l'asse del segmento *OO'*, dato che sia *A* che *B* sono equidistanti da *O* e *O'*. Per la stessa ragione, *PQ* è l'asse del segmento *OO'*. Ne segue che *P* e *Q* stanno sulla retta *AB*, e quindi sono le intersezioni richieste.