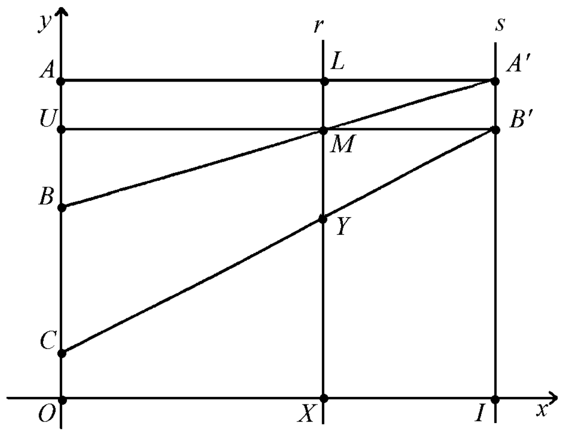
OLTRE IL COMPASSO
La geometria delle curve

Risolutore universale di equazioni

"Risolutore universale di equazioni": così venne chiamato nell'*Encyclopedie* di Diderot, edita a Parigi nel 1751, questo geniale apparecchio. Il modello qui esposto, ricostruito sulla base del disegno originale, permette di tracciare il grafico di un arbitrario polinomio di 3° grado e dunque, in particolare, di trovare le soluzioni (reali) di qualunque equazione algebrica a coefficienti reali di grado non superiore a 3. Si noti che con lo stesso principio costruttivo è possibile in linea teorica costruire, per ogni fissato naturale *n*, un apparecchio che disegni il grafico di un qualunque polinomio di grado *n*.

Dal punto di vista matematico, il funzionamento della macchina è semplice e sfrutta ingegnosamente la similitudine di opportuni triangoli rettangoli. Per semplicità, esponiamo il ragionamento nel caso di un polinomio di 2° grado. Supponiamo dunque di voler tracciare il grafico del polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c$ per valori di x compresi, ad esempio, tra 0 ed 1; i coefficienti a, b, c saranno presi, per maggior chiarezza, tutti positivi

Riferendoci alla figura a lato, fissato un qualsiasi numero x tra 0 ed 1, denotiamo con X, I i punti sull'asse x di ascisse x, 1, e tracciamo per tali punti le perpendicolari r, s all'asse x.
Indichiamo poi con A, B, C i punti sull'asse y di ordinate $a+b+c$, $b+c$, c rispettivamente, e tracciamo nell'ordine:



(i) il segmento AA', parallelo all'asse x, che interseca r in L;

(ii) il segmento BA', che interseca r in M;

(iii) il segmento UB', parallelo per M all'asse x;

(iv) il segmento CB', che interseca r in Y.

Affermiamo che il punto Y ha coordinate $(x, ax^2 + bx + c)$, cioè giace sul grafico del polinomio $p(x)$. Variando la scelta di x (il che nella macchina si ottiene muovendo il telaio longitudinalmente), il luogo dei punti Y così costruiti fornirà allora il grafico cercato.

Infatti, osservando che

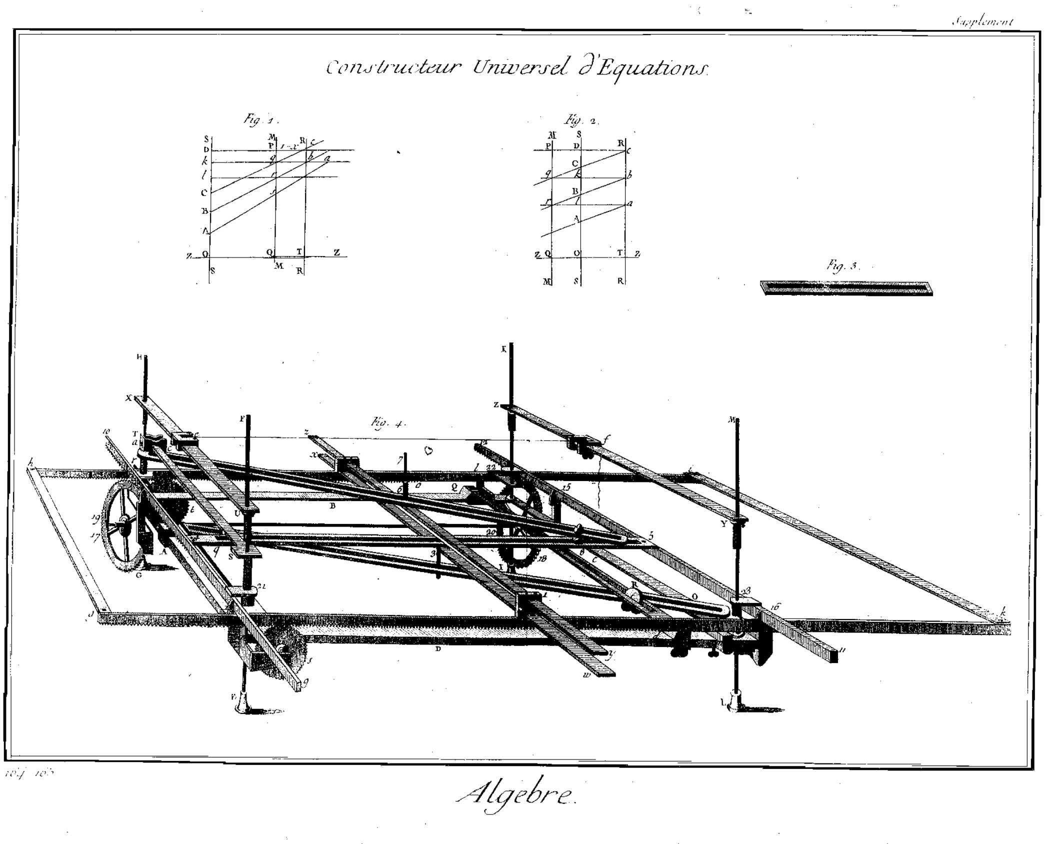
$$\overline{LA'} = \overline{MB'} = \overline{XI} = 1 - x, \qquad \overline{AA'} = \overline{UB'} = \overline{OI} = 1,$$

avremo: per la similitudine *dei* triangoli MLA' e BAA', $\overline{LM} = (1-x)\,\overline{AB} = (1-x)a$, mentre per la similitudine dei triangoli YMB' e CUB',

$$\begin{aligned}\overline{MY} &= (1-x)\overline{CU} = (1-x)\left(\overline{CA} - \overline{AU}\right) = \\ &= (1-x)\left(a + b - \overline{LM}\right) = \\ &= (1-x)\left(a + b - (1-x)a\right) = \\ &= (1-x)(ax + b)\end{aligned}$$

Pertanto:

$$\begin{aligned}\overline{XY} &= \overline{XL} - \overline{LM} - \overline{MY} = \overline{OA} - (1-x)a - (1-x)(ax+b) = \\ &= (a+b+c) - (1-x)a - (1-x)(ax+b) = \\ &= ax^2 + bx + c\end{aligned}$$



Constructeur Universel d'Equations
Dalla *Encyclopedie* di Diderot e d'Alambert, Parigi 1751