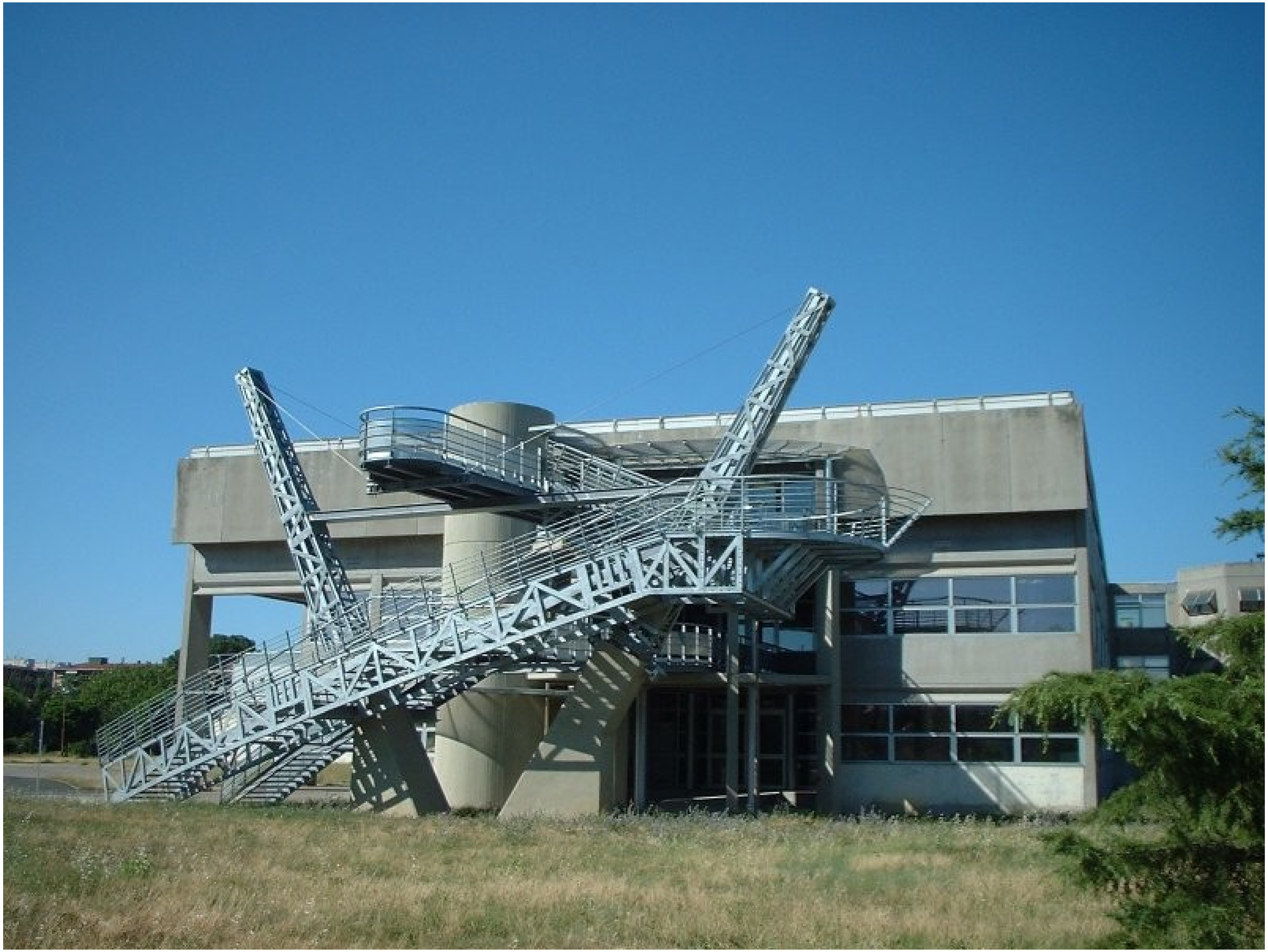
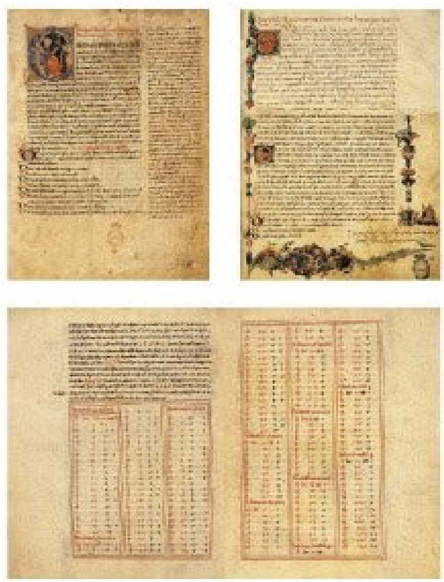

Dalla Stazione FFSS Santa Maria Novella prendere la tramvia linea 1 (direzione Villa Costanza - De André) fino alla fermata FEDERIGA; qui prendere l'autobus n. 9 fino al capolinea (o recarsi a piedi al capolinea in via Lunga) e proseguire in direzione Batoni; scendere alla fermata SIMONE MARTINI 3 (in via Simone Martini).



IL LIBER ABACI



IL

# LIBER ABBACI

DI

# LEONARDO PISANO

PUBBLICATO

SECONDO LA LEZIONE DEL CODICE MAGLIABECHIANO
C. I, 2616, *Badia Fiorentina*, n.° 73.

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

1857

- Il *Liber abaci:* introduzione

Mio padre, che risiedeva a Bugia quale pubblico notaio per i mercanti pisani, mi prese fanciullo con sé, e considerata la futura utilità e comodità volle che andassi per alcuni giorni a studiare l'abaco. Introdotto così nell'arte delle nove cifre degli Indiani, questa scienza mi piacque tanto, che con molti studi e dispute imparai tutto quanto si studiava di essa in Egitto, Siria, Grecia, Sicilia e Provenza, nei luoghi di commercio dove andai in seguito

# • Il *Liber abaci:* inizio



*Explicit prologus. Incipiunt capitula.*



*Incipit primum capitulum.*

Nouem figure indorum he sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cvm his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. Nam numerus est unitatum perfusa collectio siue congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus. Ex quibus primus ex unitatibus, que sunt ab uno usque in decem, constat. Secundus ex decenis, que sunt a decem usque in centum, fit. Tertius fit ex centenis que sunt a centum usque in mille. Quartus fit ex millenis que sunt a mille usque in decem milia, et sic sequentium graduum in infinitum, quilibet ex decuplo sui antecedentis constat. Primus gradus in descriptione numerorum incipit a destera. Secundus uero uersus sinistram sequitur primum. Tertius secundum sequitur. Quartus tertium, et quintus quartum, et semper sic uersus sinistram gradus gradum sequitur. Figura itaque que in primo reperitur gradu se ipsam representat, hoc est: si in primo gradu fuerit figura unitatis, unum representat; si binarii, duo; si ternarij, tria, et ita per ordinem que secuntur, usque si nouenarij: nouem figure quidem que in secundo gradu fuerint, tot decenas representant, quot in primo unitates; hoc est si figura unitatis secundum occupat gradum, denotat decem; si binarij, uiginti; si ternarij, triginta; si nouenarij, nonaginta.

Figura namque que in tertio fuerit gradu, tot centenas denotat, quot in secundo decenas, uel in primo unitates, ut si figura unitatis centum; si binarij, ducenta; si ternarij, trecenta, et nouenarij, nongenta. Ipsa igitur que fuerit in quarto gradu tot millenas quot in tertio centenas, aut in secundo decenas, uel in primo unitates denotat; et sic semper mutando gradum, numerus decuplando ascendit. Et ut hoc quod dictum est lucidius declarescat, ipsum cum figuris ostendatur. Si figura septenarij fuerit in primo gradu, et ternarij in secundo, ambe insimul 37 denotant; uel econtra: figura ternarij in primo, et septenarij in secundo, 73 denotabunt. Item si figura quaternarij fuerit in primo, et unitatis in secundo sic 14, nimirum .xiiii. denotabunt: uel si figura unitatis fuerit in primo, et quaternarij in secundo sic 41, denotabunt xli. Rursus in primo 72, et in secundo faciunt 27; contrarium enim facit 72. Si autem septuaginta tantum scribere uo||luerit, ponat in primo gradu 0, et post ipsum ponat figuram septenarii, sic 70; si octuaginta sequatur zephyrum figuram octonarij sic 80: hac itaque demonstratione quemlibet numerum a decem usque in centum cum duabus figuris scribere potes. Cum tribus uero a centum scribitur usque in mille; ut si figura octonarii fuerit in primo, et quinarii in secundo, et unitatis in tertio 158, centum quinquaginta octo denotabunt; et econuerso: si figura unitatis fuerit in primo, et quinarii in secundo, et octonarii in tertio 851, octigenta et quinquaginta unum denotabunt; uel econtra: si figura octonarii fuerit in primo, et unitatis in secundo, et quinarii in tertio, denotabunt 518. Item si permutatim figura quinarii fuerit in primo, octonarii in secundo, et unitatis in tertio, denotabunt 185. Item si figura unitatis fuerit in primo, octonarii in secundo, et quinarii in tertio, nimirum denotabunt 581: tres uero unitates sic 111, centum undecim faciunt. Verum si quinquaginta tantum scribere uolueris, in primo et in secundo gradu ponas zephyra, et in tertio figuram quinarii hoc modo 500; et sic cum duobus zephyris quemlibet centenariorum numerum scribere poteris. Et si centenaria cum decenis siue unitatibus scribere uolueris, ponas in primo gradu zephyrum, in secundo decenas, et in tertio centenas quas uolueris. Verbi gratia: si in primo gradu fiat zephyrum, et in secundo figura nouenarii, et in tertio binarii, denotabunt 290. Si autem absque decenis centenaria cum unitatibus scribere uolueris, pones in secundo gradu, scilicet in loco decenarii zephyrum, et in primo numerum unitatum quem uolueris, et in tertio centenariorum: ut si in primo fuerit figura nouenarii, et in secundo zephyrum, et in tertio binarii 209; et sic secundum supradictam demonstrationem qualem uolueris, numerus a centum usque in mille scribes cum tribus figuris. Cum quattuor namque a mille usque in decem milia, ut in sequenti cum figuris numeris super notatis ostenditur.



fol. 2

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M .i | MMxxiii | MMMxxii | MMMxx | MMMMMDc | MMM | Mcxi | Mccxxxiiii | MMMMcccxxi |
| 1001 | 2023 | 3022 | 3020 | 5600 | 3000 | 1111 | 1234 | 4321 |

Et sic in reliquis numeris est procedendum. Cum quinque namque figuris scribuntur omnes numeri, incipiendo a decem milia usque ad centum milia. Cum sex uero, a centum milibus usque in mille milia, et sic deinceps, addendo figuram figuris, numerus gradatim in decuplum ascendit. Vnde si contigerit quod aliquem numerum multarum figurarum propter multitudinem figurarum, quis legere uel intelligere nequeat, qualiter legere et intelligere ipsum debeat, ostendere procurabo.

(¹) Nei margini laterale esterno ed inferiore del *recto* della carta 1 del sopraccitato codice Magliabechiano *C. I. 2616. Badia Fiorentina* n.° 73, presso alla linea 40 ed ultima del medesimo *recto*, trovasi scritto in due linee in carattere più moderno del rimanente di questo *recto*: « Leonardi Pisani Algorismi Geometriae |: Inter » Codices designatur num: 44: ».

## Il *Liber abaci:* capitoli

1. La conoscenza delle nove cifre indiane, e come con esse si scrivano tutti i numeri; quali numeri si possano tenere nelle mani e come, e l'introduzione all'abaco.
2. La moltiplicazione degli interi.
3. L'addizione degli stessi.
4. La sottrazione dei numeri minori dai maggiori.
5. La divisione di numeri interi per numeri interi.
6. La moltiplicazione degli interi con le frazioni, e delle frazioni senza interi.
7. La somma, la sottrazione e la divisione degli interi con le frazioni e la riduzione delle parti di numeri in parti singole.
8. L'acquisto e la vendita delle merci e simili.
9. I baratti delle merci, l'acquisto delle monete, e alcune regole simili.
10. Le società fatte tra consoci.
11. La fusione delle monete e le regole relative.
12. La soluzione di questioni diverse, dette miscellanee.
13. La regola della doppia falsa posizione, e come con essa si risolvano pressoché tutte le questioni miscellanee.
14. Il calcolo delle radici quadrate e cubiche per moltiplicazione e divisione o da estrazione, e il trattato dei binomi e recisi e delle loro radici.
15. Le regole delle proporzioni geometriche; e le questioni di algebra e almucabala

## • Il *Liber abaci:* capitoli

1. De cognitione novem figurarum yndorum, et qualiter cum eis omnis numerus scribatur; et qui numeri, et qualiter retineri debeant in manibus, et de introductionibus abbaci.
2. De multiplicatione integrorum numerorum.
3. De additione ipsorum ad invicem.
4. De extractione minorum numerorum ex maioribus.
5. De divisione integrorum numerorum per integros.
6. De multiplicatione integrorum numerorum cum ruptis atque ruptorum sine sanis.
7. De additione ac extractione et divisione numerorum integrorum cum ruptis atque partium numerorum in singulis partibus reductione.
8. De emptione et venditione rerum venalium et similium.
9. De baractis rerum venalium et de emptione bolsonalie, et quibusdam regulis similibus.
10. De societatibus factis inter consocios.
11. De consolamine monetarum atque eorum regulis, quae ad consolamine pertineant.
12. De solutionibus multarum positarum quaestionum quas erraticas appellamus.
13. De regula elcataym qualiter per ipsam fere omnes erraticae quaestiones solvantur.
14. De reperiendis radicibus quadratis et cubicis ex multiplicatione et divisione seu extractione earum in se, et de tractatu binomiorum et recisorum et eorum radicum.
15. De regulis proportionibus geometriae pertinentibus: de quaestionibus aliebrae et almuchabalae.

- **I numeri indiani**

*Incipit primum capitulum.*

Nouem figure indorum he sunt

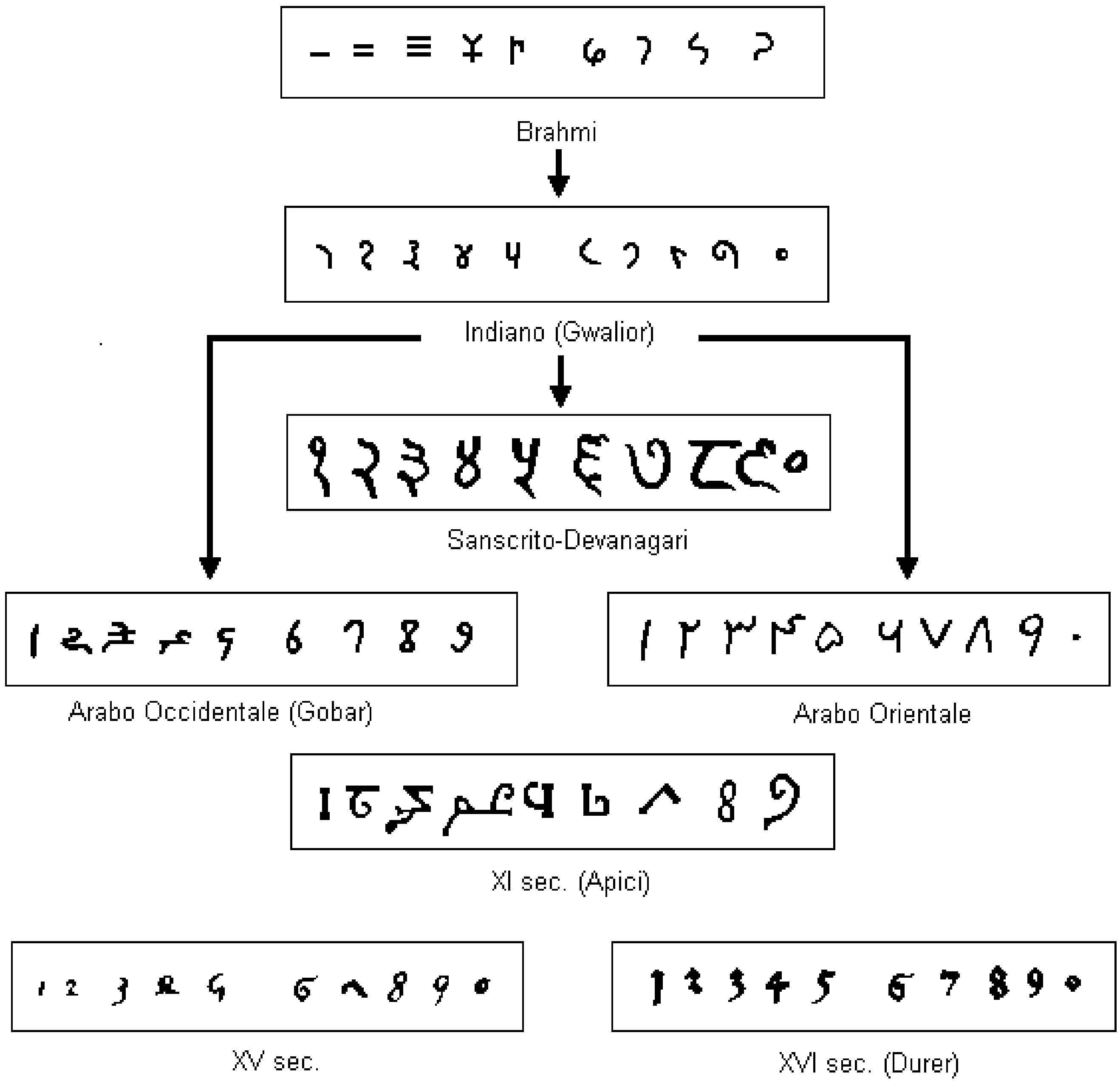
9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cvm his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur.

Le nove cifre degli indi sono queste

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Con queste nove cifre e con questo segno 0, che in arabo si chiama “zefiro”, si scrive qualunque numero, come di seguito si mostra.


Brahmi
Indiano (Gwalior)
Sanscrito-Devanagari
Arabo Occidentale (Gobar)
Arabo Orientale
XI sec. (Apici)
XV sec.
XVI sec. (Durer)

# • Le operazioni: moltiplicazioni – cap. 2

Ad cuius ..... figurarum » (… 6 recto, lin. 18-25 ; pag. … lin. 20 — pag. 12, lin. 2).

Ad cuius rei euidentiam sint equales numeri 345 et 345, quos insimul multiplicare opportet, qui collocentur ad inuicem sicuti in pagina collocati esse cernuntur; et multiplicet 5 per 5 erunt 25, ponat 5 super utrumque 5, sicuti in secunda descriptione cernitur, et pro decenis seruet in manu 2 et multiplicet 5 superioris numeri per 4 subterioris, et 5 inferioris per 4 superioris; quibus additis cum 2 seruatis, erunt 42: ponat 2 super utrumque 4, sicuti in tertia continetur descriptione, et seruentur pro quattuor decenis 4; et multiplicet 5 superioris per 3 subterioris et 5 inferioris per 3 superioris, et 4 per 4, et summa ipsarum trium multiplicationum addatur cum 4 in manu seruatis, erunt 50: ponat 0 super utrumque 3, ut in quarta descriptione ostenditur, et seruentur in manu 5, et multiplicet 4 superioris per 3 inferioris, et 4 inferioris per 3 superioris, et addantur cum 5, erunt 29: ponat 9 post 0, ut in quinta patet descriptione, et seruentur in manu 2, et multiplicet 3 per 3, erunt 9, que addat cum 2, erunt 11, que ponat, ut in sexta et ultima descriptione ostenditur. Que multiplicatio si recta est, per supradictum modum cognoscitur, uidelicet ut addantur figure de 345 superioribus, et dematur inde 9, remanebunt 3; similiter fiat de 345 inferioribus et remanebunt similiter 3; et multiplicentur 3 per 3, de quibus dematur 9, remanet 0 quod habeat pro pensa, tunc colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 1 et 2 et 5, erunt 9, de quibus trahantur 9, remanet 0 ut opportet. Assignabo quidem quare multiplicatio secunde figure per secundam additur cum multiplicatione primarum figurarum, in tertias; quia ut dictum est primus gradus quicumque multiplicat ipsum gradum, facit secundus gradus, quicumque multiplicat secundum gradum, facit post ipsum quem multiplicat. Et sic est primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit. Et cum secundus multiplicat secundum, facit eundem, silicet tertium, qui est secundus post ipsum quem multiplicat. Ergo opportet cum multiplicatio secundi gradus per secundum

| | |
|---|---|
| prima | 345<br>345 |
| secunda | 5<br>345<br>345 |
| tertia | 25<br>345<br>345 |
| quarta | 025<br>345<br>345 |
| quinta | 9025<br>345<br>345 |
| Vltima | 119025<br>345<br>345 |

- # Addizione - *summa*

*Incipit capitulum tertium de additione integrorum numerorum.*

Cvm autem quoslibet numeros et quotcumque quis addere uoluerit, collocet eos in tabula, secundum quod in multiplicationibus numerorum prediximus, hoc est primum gradum cunctorum numerorum quos addere uolucrit sub primo ipsius qui ante in iunctionem positus fuerit. Et secundum sub secundo, et deinceps qui secuntur. Et tunc incipiat in manibus colligere numeros figurarum que in primis gradibus cunctorum numerorum que in iunctionem positi fuerint, ab inferiori numero usque ad su|periorem, ascendendo: ponat itaque unitates super primum gradum numerorum et decenas in manu reseruet, quibus decenis superaddat numeros qui in secundis gradibus extiterint, et ponat unitates super secundum gradum, et iterum decenas reseruet. Cum quibus collectionem tertii gradus numerorum super addat, et sic ponendo unitates, et decenas reseruando, gradatim numeros colligendo, potest collectionem cunctorum numerorum usque ad infinitum habere. Et ut melius intelligatur iunctiones duorum numerorum et etiam tertij, nec non et plurium ostendantur.

tabula

- **Addizione - *summa***

tabula

- # Addizione - *summa*

summa

Ut si quesieris scire aditationem de 25 cum 49 collocet 49 sub 25 tamquam deberet eos ad inuicem multiplicare, et addat 9 cum 5, erunt 14: ponat 4 super primum gradum et pro decenis reseruet in manu 1 quod addat cum 4 et cum 2, erunt 7 que ponat, et sic habebuntur pro eorum collectione 74, ut hic ostenditur.

| |
|---|
| 74 |
| 25 |
| 49 |

Item si uoluerit scire collectionem de 123 cum 4567, describat eos ut hic cerauntur; et addat 7 cum 3, erunt 10; ponat 0 et retineat 1 quod addat cum 6 et cum 2, erunt 9 que ponat. Item addat 5 cum 1 que sunt in tertio gradu, erunt 6 que ponat super eundem gradum, et per 4 que sunt in quarto gradu inferioris numeri, ponet 4 in quarto gradu exeuntis summe, cum non sit aliqua figura super ipsa in alio numero, scilicet in 123, et sic habebit pro eorum additatione 4690.

| |
|---|
| 4 6 9 0 |
| 1 2 3 |
| 4 5 6 7 |

Item si uoluerit addere 4321 cum 506789, descriptis eis ordine prescripto, addat 9 cum 1, erunt 10: ponet 0 et retineat 1 quod addat cum 8 et cum 2, erunt 11: ponet 1, retineat 1 quod addat cum 7 et cum 3, erunt 11. Iterum ponat 1 et retineat 1 quod addat cum

| |
|---|
| 5 1 1 1 1 0 |
| 4 3 2 1 |
| 5 0 6 7 8 9 |

- **Addizione - *summa***

123
4567

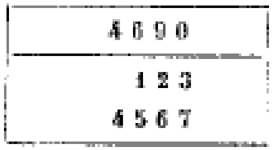
| |
|---|
| 4 6 9 0 |
| 1 2 3<br>4 5 6 7 |

- **Addizione - *summa***

4690

---

123
4567



- **Addizione - *summa***

lire denari soldi

1 lira = 20 soldi

1 soldo = 12 denari

4 migl. 6 cent. 9 dec. 0 unità

1 cent. 2 dec. 3 unità

4 migl. 5 cent. 6 dec. 7 unità

| | | |
|---|---|---|
| 10 lire | 13 soldi | 5 denari |
| 4 lire | 8 soldi | 6 denari |
| 3 lire | 13 soldi | 7 denari |
| 2 lire | 11 soldi | 4 denari |

- # Sottrazione – cap. 4

*De extractione minorum numerorum ex maioribus.*

46

85

39

| | |
|---|---|
| 8 | 5 |
| 3 | 9 |

| | |
|---|---|
| 8 | 10+5 |
| 10+3 | 9 |

| | |
|---|---|
| 4 | 6 |
| 8 | 15 |
| 4 | 9 |

- **Sottrazione – cap. 4**

*De extractione minorum numerorum ex maioribus.*

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 5 | |
| 3 | 9 | |

$$\frac{46}{\begin{array}{c}85\\39\end{array}}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 8 | 5 | |
| -10 | - | 3 | 1 | 10-9 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 6 | |
| 8 | 5 | |
| 4 | 1 | 10-9 |

# capitolo 8

## De emptione et venditione rerum venalium et similium

*Acquisto e vendita delle merci*

## LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE)

- # LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE) - cap.8
  - ## Misure di peso

1) trovare il valore di una data quantità di merce

- Quod cantare si vendatur pro libris XL, et queratur quantum valeant rotuli 5.
  - Se un cantare si vende per 40 lire, quanto valgono 5 rotoli?

Soluzione.
Secondo la regola del tre, scrivi su una stessa riga i 100 rotoli (cioè 1 cantare) e a sinistra il loro prezzo, cioè 40 lire; poi scrivi 5 rotoli sotto i 100 rotoli, poiché numeri dello stesso genere vanno uno sotto l'altro: rotoli sotto rotoli e lire sotto lire.

...

| *l.* | R. |
|---|---|
| 40 | 100 |
| | 5 |

1 cantare pisano = 100 rotuli
1 rotulo = 12 once
1 oncia = 39 denari di cantare e mezzo
1 denaro di cantare = 6 carrube
1 carruba = 4 grani di frumento

# LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE) - cap.8

## Misure di peso

1) trovare il valore di una data quantità di merce

- Quod cantare si vendatur pro libris XL, et queratur quantum valeant rotuli 5.

  - Se un cantare si vende per 40 lire, quanto valgono 5 rotoli?

Soluzione.
Secondo la regola del tre, scrivi su una stessa riga i 100 rotoli (cioè 1 cantare) e a sinistra il loro prezzo, cioè 40 lire; poi scrivi 5 rotoli sotto i 100 rotoli, poiché numeri dello stesso genere vanno uno sotto l'altro: rotoli sotto rotoli e lire sotto lire.

| l. | R. |
|---|---|
| 40 | 100 |
| 2 | 5 |

Moltiplica ora in diagonale i numeri che si trovano agli estremi, cioè 40 e 5, che fa 200. Dividi poi per 100. Viene 2 lire come prezzo di 5 rotoli.

1 cantare pisano = 100 rotuli
1 rotulo = 12 once
1 oncia = 39 denari di cantare e mezzo
1 denaro di cantare = 6 carrube
1 carruba = 4 grani di frumento

- # LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE) - cap.8
  - ## Misure di peso

2) trovare la quantità di merce per un dato valore

- Item rotuli 100 per libras 40; quot rotulos habuero per libras 2.

  - Se un cantare, cioè 100 rotoli, si vende per 40 lire, quanti rotoli avrò per 2 lire?

Soluzione.
Secondo la regola del tre, scrivi su una stessa riga i 100 rotoli e a sinistra il loro prezzo, cioè 40 lire; poi scrivi 5 rotoli sotto i 100 rotoli, poiché numeri dello stesso genere vanno uno sotto l'altro: rotoli sotto rotoli e lire sotto lire.

Moltiplica ora in diagonale i numeri che si trovano agli estremi, cio\` 40 e 5, che fa 200. Dividi poi per 100. Viene 2 lire come prezzo di 5 rotoli.

| l. | R. |
|---|---|
| 40 | 100 |
| 2 | 5 |

1 cantare pisano = 100 rotuli
1 rotulo = 12 once
1 oncia = 39 denari di cantare e mezzo
1 denaro di cantare = 6 carrube
1 carruba = 4 grani di frumento

# LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE) - cap.8

## Misure di lunghezza

1) trovare il valore di una data quantità di merce

- Si canna pisana, que est brachia 4 cuiuslibet panni vendatur pro soldis 7 et queratur quantum valet brachium 1.

  - Se una canna pisana, cioè 4 braccia, di una certa stoffa si vende per 7 soldi quanto costa 1 braccio?

| soldi | braccia |
|---|---|
| 7 | 4 |
| ? | 1 |

x

$$? = (7 \times 1) : 4 = \frac{7}{4} = \boxed{1 + \frac{3}{4}} \text{ soldi}$$

$= 21$ denari

1 canna pisana = 4 braccia

1 lira = 20 soldi

1 soldo = 12 denari

# LA REGOLA DEL TRE (O DELLE TRE COSE) - cap.8

## Misure di lunghezza

1) trovare il valore di una data quantità di merce

- Si canna pisana, que est brachia 4 cuiuslibet panni vendatur pro soldis 7 et queratur quantum valet brachium 1.

  - Se una canna pisana, cioè 4 braccia, di una certa stoffa si vende per 7 soldi quanto costa 1 braccio?

| soldi | | braccia |
|---|---|---|
| 7 | | 4 |
| | x | |
| ? | | 1 |

$$? = (7 \times 1) : 4 = \frac{7}{4} = \boxed{1 + \frac{3}{4}} \text{ soldi} = 12 + 9 \text{ denari} = \boxed{21 \text{ denari}}$$

1 lira = 20 soldi

1 soldo = 12 denari

- # De baractis mercium atque alium similium – Cap.9

# REGOLA DEL TRE COMPOSTO

*Regula uniuersalis in baractis mercium primum de pipere ad linum.*

Cvm autem uolueris quamlibet mercem cum qualibet alia merce cambiare, hoc est baractare, addiscas pretium uniuscuiusque mercis; quod pretium semper debet esse unius monete. Et describas illarum mercium unam in capite tabule, et pretium illius mercis scribas in tabula retro uersus sinistra in eadem lineatione, sicuti in negotiationibus in antecedenti capitulo describere docuimus. Deinde sub pretio illius mercis in aliam lineam describes pretium alterius mercis; et retro describes mercem illius pretii. Et si merces, quam aliam mercem baractare uolueris, fuerit ex superiori merce de prima uidelicet descripta in tabula, pones quantitatem illius mercis, quam habueris sub eadem merce. Et si fuerit ex alia merce, describere quantitatem illius super ipsam mercem, ut sicuti modo diximus describendum esse pretium unius mercis sub pretio alterius, ita describantur similes merces sub simili merce. Et descriptis itaque ipsis quinque numeris, tunc ultimum eorum per numerum pretii oppositis multiplica; et quot inde prouenerit, in alium numerum eidem pretio oppositum ducere studeas: quorum numerorum summam per reliquos duos numeros diuide, et habebis optatum. Verbi gratia brachia 20 panni ualeant libras 3 pisaninorum; et Rotuli 42 cotonis ualeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot Rotuli cotonis habebuntur. Pone itaque brachia 20 in tabula; post que pone libras 3, scilicet eorum pretium, sub quibus pone libras 5; post quas 5 pone Rotulos 42; deinde brachia 50 pone sub brachiis 20, et multiplica 50 per 3, que sunt eis ex aduerso, erunt 150; que multiplica per 42, cum sint ex aduerso eisdem tribus; et quot prouenerit diuide per reliquos numeros, scilicet per 20 et per 5, hoc est per 100, uenient 63; et tot Rotuli bombicis habebuntur pro brachiis 50 panni.

3. scilicet .... mercis (fol. 49 *recto*, lin. 19-24; pag. 118, lin. 34-42).

| | | |
|---|---|---|
| ℞ | *l.* | *brachia* |
| 63 | 3 | 20 |
| ℞ | *l.* | *brachia* |
| 42 | 5 | 50 |

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

• Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

- Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| rotuli | lire | braccia | |
|---|---|---|---|
| | 3 | 20 | |
| 42 | 5 | | ? |
| | | 50 | |

- # LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

- Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

  ◦ Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| lire | braccia di panno |
|---|---|
| 3 | 20 |
| $\boxed{3 \cdot 50/20}$ | 50 |

1. trovo il valore di 50 braccia di panno

# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

• Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

◦ Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| | | |
|---|---|---|
| | lire | braccia di panno |
| rotuli | lire | 20 |
| | 3· 50/20 | 50 |
| 42 | 5 | |

1. trovo il valore di 50 braccia di panno
2. trovo il cotone per 3· 50/20 lire

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

• Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

- Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| | lire | braccia di panno |
|---|---|---|
| rotuli | lire | 20 |
| $\boxed{(3\cdot 50/20)\cdot 42/5}$ | $3\cdot 50/20$ | 50 |
| 42 | 5 | |

1. trovo il valore di 50 braccia di panno
2. trovo il cotone per $3\cdot 50/20$ lire

$(3\cdot 50/20)\cdot 42/5 = 3\cdot 21 = 63$

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

• Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

- Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| | lire | braccia di panno |
|---|---|---|
| rotuli | lire | 20 |
| 63 | 3· 50/20 | 50 |
| 42 | 5 | |

1. trovo il valore di 50 braccia di panno
2. trovo il cotone per 3· 50/20 lire

(3· 50/20)·42/5 = 3·21=63

# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

*al qutn*

- Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur
  - Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| rotuli | lire | braccia |
|---|---|---|
| | 3 | 20 |
| 42 | 5 | |

Scrivi dunque sulla tavola 20 braccia, e accanto scrivi 3 lire, cioè il loro prezzo, sotto le quali scrivi 5 lire, e a fianco di queste scrivi 42 rotuli. Scrivi poi 50 braccia sotto 20 braccia, e moltiplica 50 per 3, che stanno diagonalmente, fa 150 che moltiplica per 42 posto diagonalmente, e quello che viene dividilo per gli altri numeri, cioè per 20 e per 5, cioè per 100. Il risultato è 63, e tanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

• Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

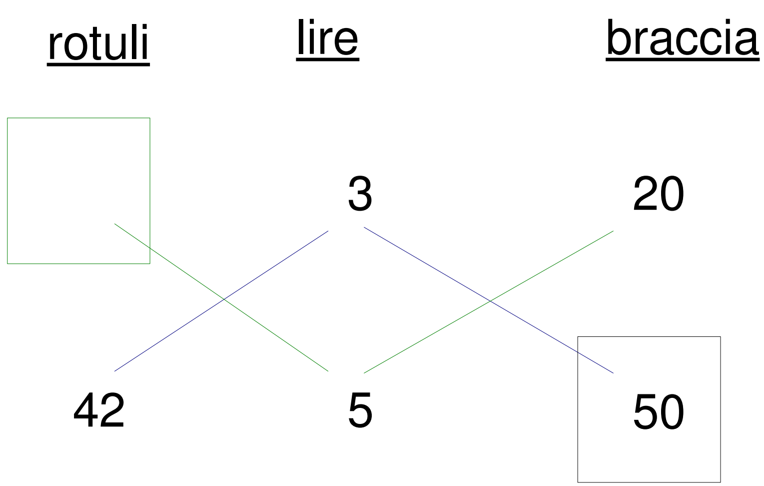
  ◦ Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| rotuli | lire | braccia |
|---|---|---|
| | 3 | 20 |
| 42 | 5 | $\boxed{50}$ |

Scrivi dunque sulla tavola 20 braccia, e accanto scrivi 3 lire, cioè il loro prezzo, sotto le quali scrivi 5 lire, e a fianco di queste scrivi 42 rotuli. Scrivi poi 50 braccia sotto 20 braccia, e moltiplica 50 per 3, che stanno diagonalmente, fa 150 che moltiplica per 42 posto diagonalmente, e quello che viene dividilo per gli altri numeri, cioè per 20 e per 5, cioè per 100. Il risultato è 63, e tanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

- Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur
  - Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.




Scrivi dunque sulla tavola 20 braccia, e accanto scrivi 3 lire, cioè il loro prezzo, sotto le quali scrivi 5 lire, e a fianco di queste scrivi 42 rotuli. Scrivi poi 50 braccia sotto 20 braccia, e moltiplica 50 per 3, che stanno diagonalmente, fa 150 che moltiplica per 42 posto diagonalmente, e quello che viene dividilo per gli altri numeri, cioè per 20 e per 5, cioè per 100. Il risultato è 63, e tanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

- Verbi gratia brachia 20 panni valeant libras 3 pisaninorum, et rotuli 42 cotonis valeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot rotuli cotonis habebuntur

  - Ad esempio, 20 braccia di panno valgano 3 lire di pisani, e 42 rotuli di cotone valgano 5 lire di pisani. Si chiede quanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

| rotuli | lire | braccia |
|---|---|---|
| 63 | 3 | 20 |
| 42 | 5 | 50 |

$(3 \cdot 50/20) \cdot 42/5 = 63$

$(3 \cdot 50 \cdot 42)/20 \cdot 5 = 63$

Scrivi dunque sulla tavola 20 braccia, e accanto scrivi 3 lire, cioè il loro prezzo, sotto le quali scrivi 5 lire, e a fianco di queste scrivi 42 rotuli. Scrivi poi 50 braccia sotto 20 braccia, e moltiplica 50 per 3, che stanno diagonalmente, fa 150 che moltiplica per 42 posto diagonalmente, e quello che viene dividilo per gli altri numeri, cioè per 20 e per 5, cioè per 100. Il risultato è 63, e tanti rotuli di cotone si avranno per 50 braccia di panno.

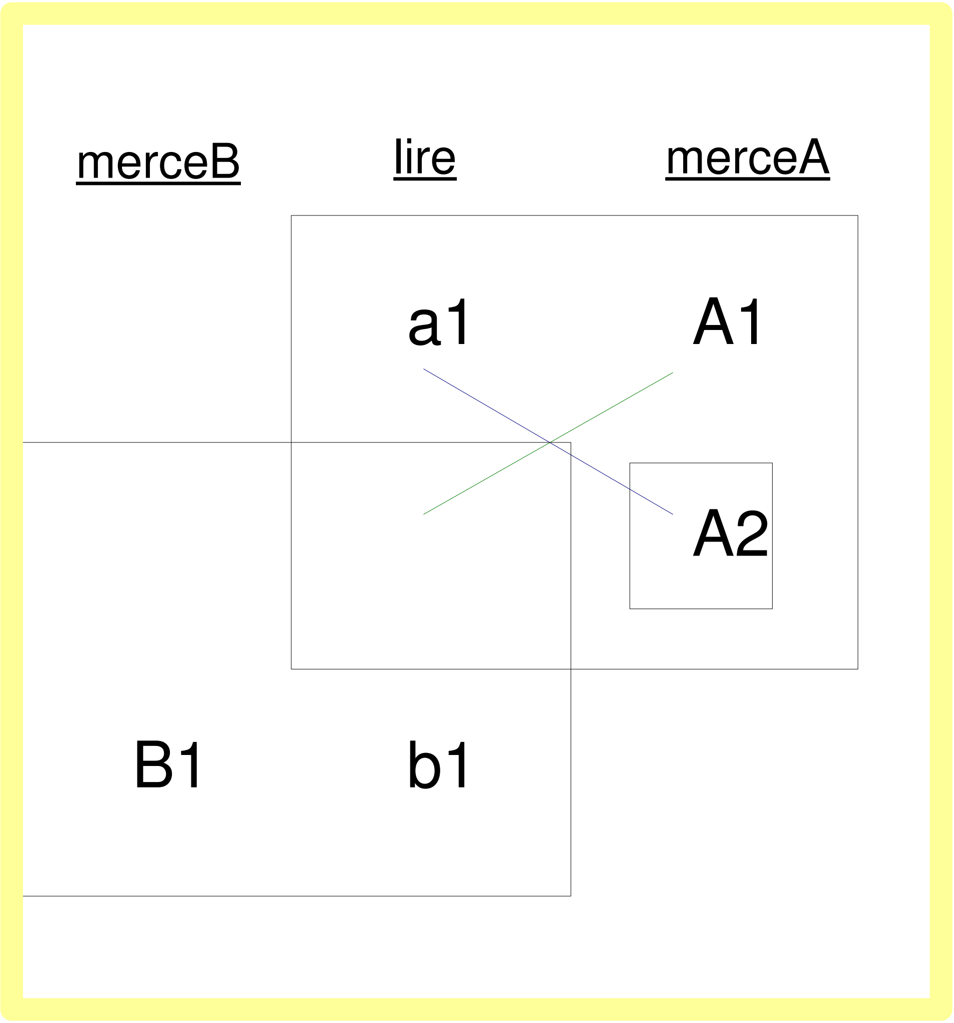
- **LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9**

| rotuli | lire | braccia |
|---|---|---|
| | a1 | A1 |
| B1 | b1 | A2 |

- **LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9**

| merceB | lire | merceA |
| --- | --- | --- |
| | a1 | A1 |
| B1 | b1 | $\boxed{A2}$ |

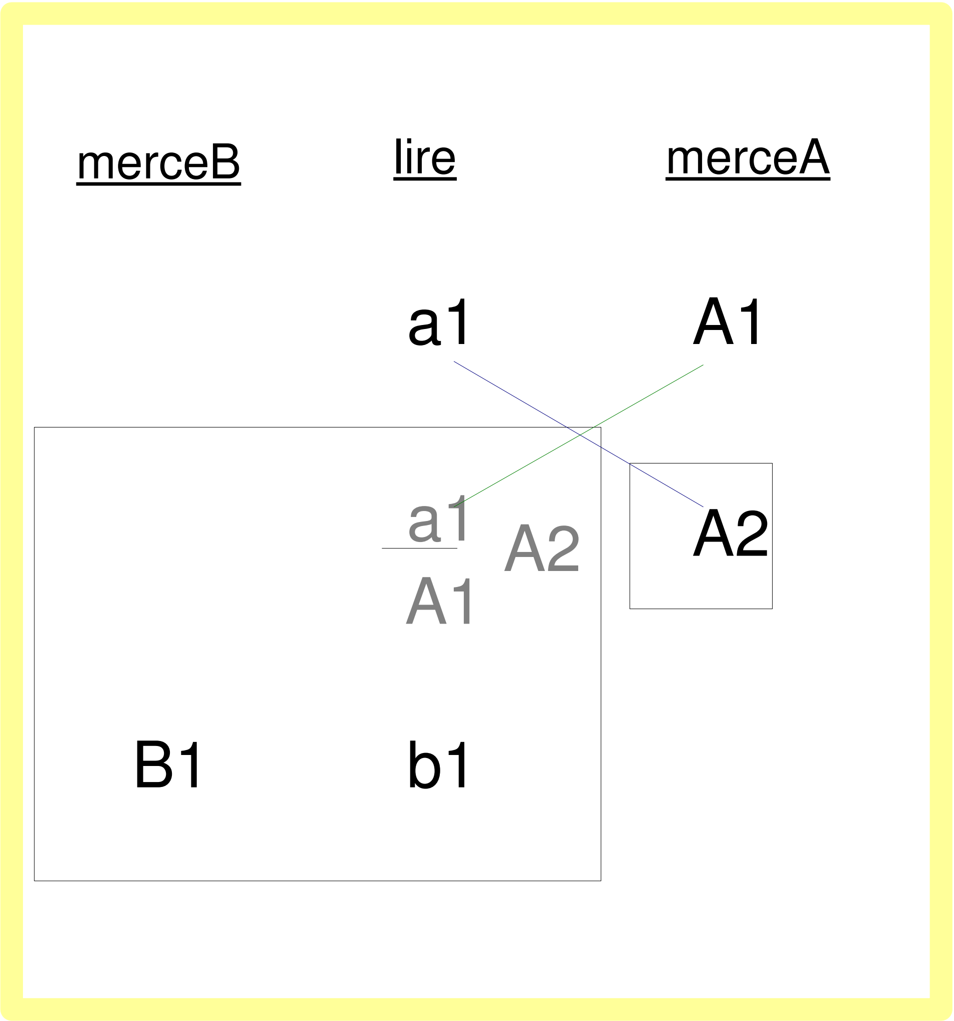
- **LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9**



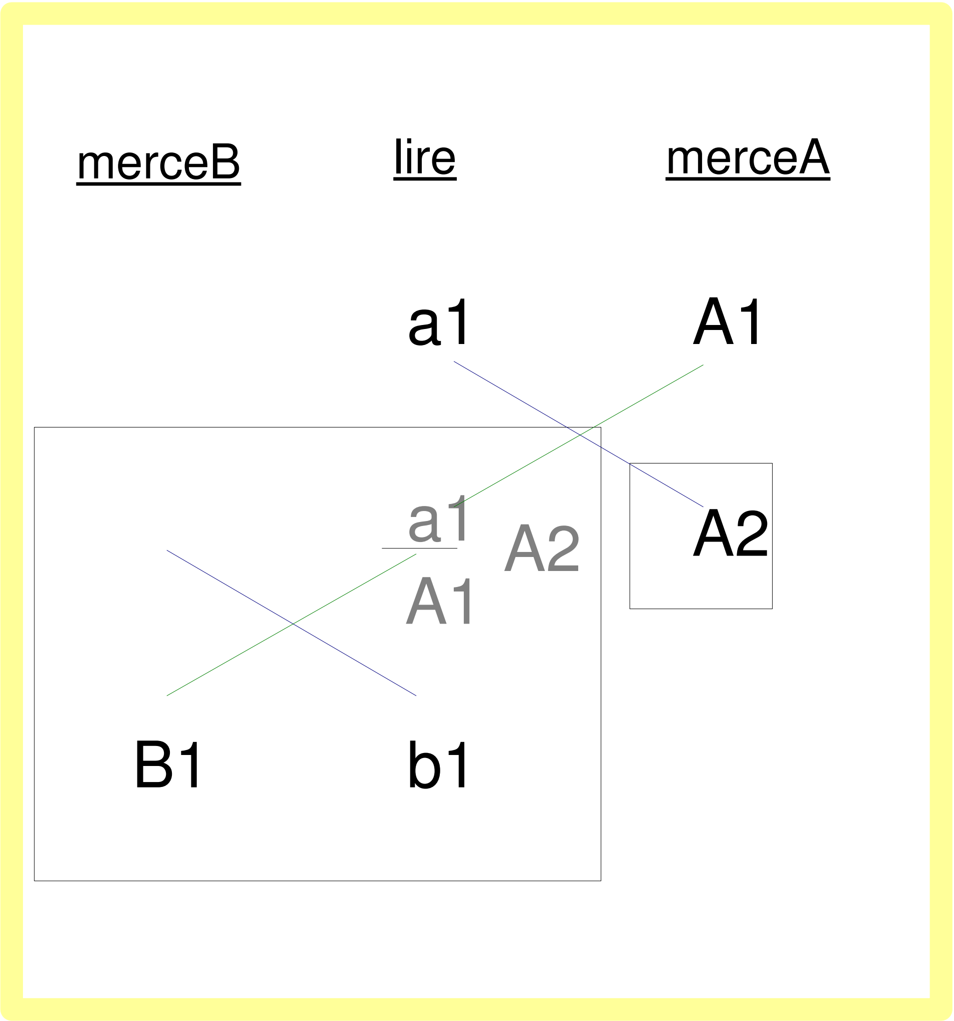
- # LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

| merceB | lire | merceA |
|---|---|---|
| | a1 | A1 |
| | $\frac{a1}{A1}$ A2 | $\boxed{A2}$ |
| B1 | b1 | |

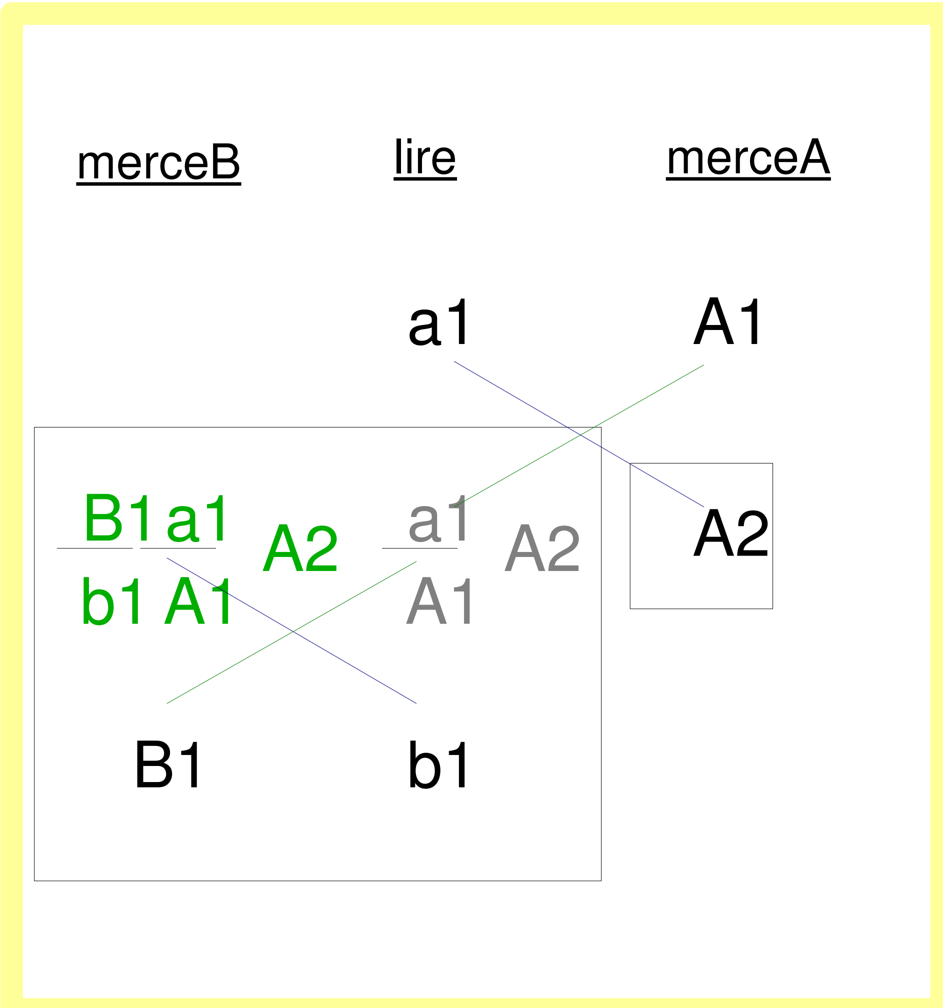
- **LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9**



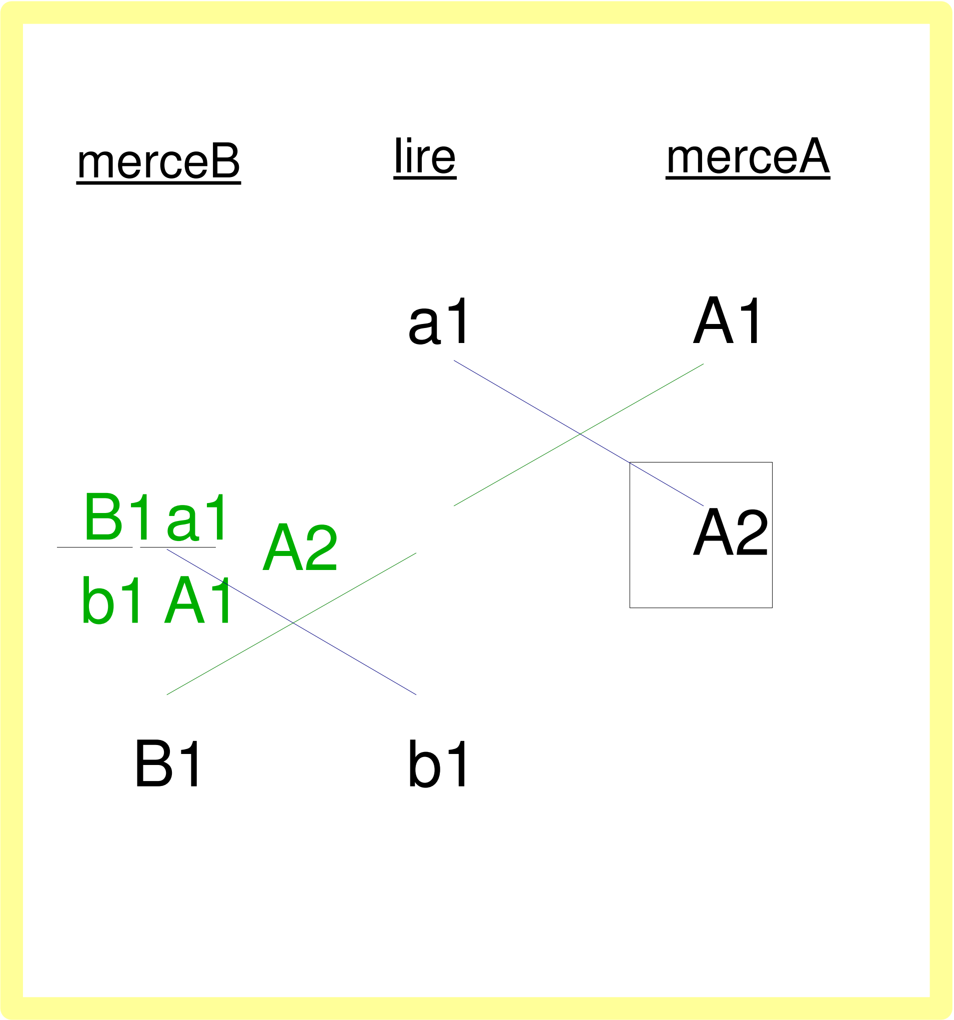
- # LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9



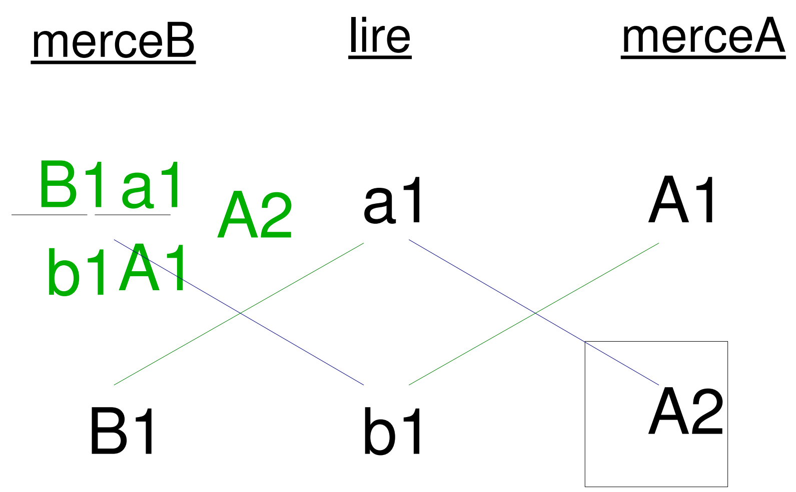
# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9



# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9



# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9




lire per 1 quant di merce

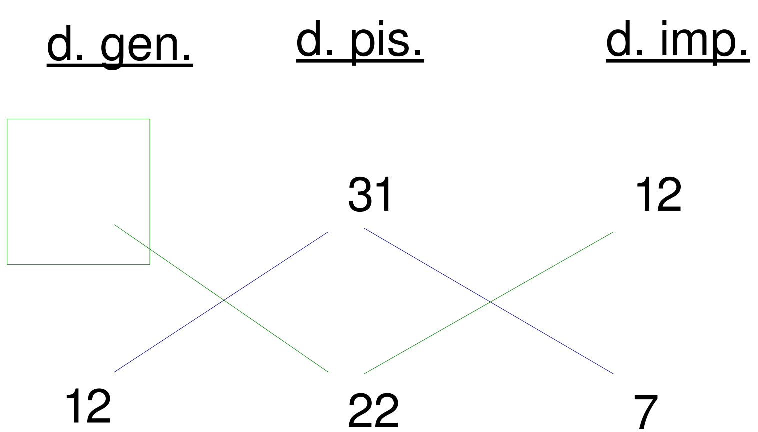
merce per 1 li

$$\frac{B2}{A2} = \frac{\frac{a1}{A1}}{\frac{b1}{B1}} = \frac{\frac{B1}{b1}}{\frac{A1}{a1}}$$

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO – scambi monetari

- Item si proponatur quod soldus imperialium valeat 31 et soldus ianuinorum valeat pisaninos 22 et queratur quot ianuinos valeant imperiales 7 ...

◦ Se un soldo di imperiali vale 31 (denari) di pisanini e un soldo di genovini vale 22 (denari) pisanini, quanti (denari) genovini per 7 (denari) imperiali ?




Soluzione.

Dovresti moltiplicare 7 per 31 e per 12, dividere per 12 e per 22. Tralascia di moltiplicare e dividere per 12. Dunque moltiplica 7 per 31 e dividi per 22. Verranno 9 + 9/11 + 1/22 genovini.

# LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

- Quinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot dies eadem ratione decem equi comedent sextaria 16.

◦ Cinque cavalieri consumano 6 sestari di orzo in 9 giorni; si domanda in quanti giorni 10 cavalieri consumano 16 sestari di orzo.

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

- Quinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot dies eadem ratione decem equi comedent sextaria 16.

◦ Cinque cavalieri consumano 6 sestari di orzo in 9 giorni; si domanda in quanti giorni 10 cavalieri consumano 16 sestari di orzo.

| <u>dies</u> | <u>ordeum</u> | <u>equites</u> |
|---|---|---|

Soluzione.

Scrivi su una riga 5 cavalieri, 6 sestari, 9 giorni (iniziando da destra); poi sotto 5 scrivi 10 cavalieri e sotto 6 scrivi 16 sestari. Moltiplica 5 per 16 per 9, che fa 720; dividi per 10 e per 6, viene 12.

# • LA REGOLA DEL TRE COMPOSTO - cap.9

- Quinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot dies eadem ratione decem equi comedent sextaria 16.

◦ Cinque cavalieri consumano 6 sestari di orzo in 9 giorni; si domanda in quanti giorni 10 cavalieri consumano 16 sestari di orzo.

| <u>dies</u> | <u>ordeum</u> | <u>equites</u> |
| --- | --- | --- |
| 9 | 6 | 5 |
| $\boxed{12}$ | 16 | 10 |

Soluzione.

Scrivi su una riga 5 cavalieri, 6 sestari, 9 giorni (iniziando da destra); poi sotto 5 scrivi 10 cavalieri e sotto 6 scrivi 16 sestari. Moltiplica 5 per 16 per 9, che fa 720; dividi per 10 e per 6, viene 12.

- **De societatibus factis inter consocios – Cap.10**

**DIVISIONE DEGLI UTILI**

*Incipit capitulum decimum de societatibus factis inter consocios.*

Cvm autem prepositum fuerit de quibusdam consociis qui insimul societatem fecerunt, quorum unusquisque inequaliter suam portionem in ipsa societate habuerit, et cum ipsa societate aliquam quantitatem lucrati fuerint; quam quantitatem inter se secundum portiones eorum diuidere uoluerint. Et uoluerit scire quot unicuique de ipso lucro continget; pone portionem primi socii in capite tabule in dextera parte; deinde in eadem linea uersus sinistram portiones aliorum per ordinem ponere studeas; et lucrum quod fecerint, in alio capite tabule in eadem linea depingas, in sinistra uidelicet parte. Tunc aggregabis portiones omnium sociorum in unum, et aggregatam summam seruabis. In qua singulariter diuides multiplicationes portionis uniuscuiusque socii in totum lucrum; et sic habebis hoc quod unicuique de ipso lucro contigerit.

- **De societatibus factis inter consocios – Cap.10**

**DIVISIONE DEGLI UTILI**

Qualora si trattasse di soci che hanno fatto società insieme, dei quali ciascuno ha messo una parte diversa nella società, e con questa società si fosse guadagnata una certa quantità, e questa quantità volessero dividere secondo le parti;

se si vuole sapere quanto del profitto tocchi a ciascuno, scrivi la parte del primo socio all'estremità destra della tavola, poi sulla stessa linea scrivi ordinatamente verso sinistra le parti degli altri soci, e all'altra estremità poni il profitto; poi somma tutti i capitali in uno, e metti da parte la somma, per la quale dividerai il prodotto del capitale di ogni socio per il profitto. In questo modo avrai quanto dell'utile totale tocca a ciascuno.

• **DIVISIONE DEGLI UTILI – cap.10**

**società di due uomini**

• Si proponatur de duobus hominibus, qui societatem insimul fecerunt, quorum unus misit in prescripta societate libras 18 alicuius monete, et alter misit in eadem libras 25, et lucrati fuerunt inde libras 7; et queratur quot unicuique de ispis libris 7 contingerit, sic facies.

◦ Se due uomini fanno insieme una società, e uno mette 18 lire di una certa moneta, l'altro 25, e si guadagnano 7 lire; se si vuole sapere quanto di queste 7 lire tocchi a ognuno, fai così:

$$7 \qquad \frac{25}{43} \qquad \frac{18}{43}$$

$$2+\frac{40}{43}$$

Scrivi a partire da destra la parte del primo socio, del secondo e il guadagno: 18, 25, 7. Somma 18 con 25: viene 43 che metterai a denominatore a 18 e a 25. Ora moltiplica il 7 del guadagno per 18/43 e troverai quanto del guadagno tocca al primo socio. Viene 2 + 40/43 , cioè 2 lire, 18 soldi e 7 + 11/43 di denari. Il resto tocca all'altro.
Puoi anche trovarlo moltiplicando 7 per 25/43 .

# DIVISIONE DEGLI UTILI – cap.10

## società di due uomini

- Si proponatur de duobus hominibus, qui societatem insimul fecerunt, quorum unus misit in prescripta societate libras 18 alicuius monete, et alter misit in eadem libras 25, et lucrati fuerunt inde libras 7; et queratur quot unicuique de ispis libris 7 contingerit, sic facies.

  - Se due uomini fanno insieme una società, e uno mette 18 lire di una certa moneta, l'altro 25, e si guadagnano 7 lire; se si vuole sapere quanto di queste 7 lire tocchi a ognuno, fai così:

$$\frac{7\cdot 18}{43} = \frac{126}{43} = 2+\frac{40}{43} \text{ lire}$$

$$\frac{40}{43} \text{ lire} = ? \text{ soldi}$$

$$\frac{40\cdot 20}{43} = 18+\frac{800-18\cdot 43}{43} = 18+\frac{26}{43}$$

$$\frac{26}{43} \text{ soldi} = ? \text{ denari}$$

$$\frac{26\cdot 12}{43} = 7+\frac{312-7\cdot 43}{43} = 7+\frac{11}{43}$$

Scrivi a partire da destra la parte del primo socio, del secondo e il guadagno: 18, 25, 7. Somma 18 con 25: viene 43 che metterai a denominatore a 18 e a 25. Ora moltiplica il 7 del guadagno per 18/43 e troverai quanto del guadagno tocca al primo socio. Viene 2 + 40/43 , cioè 2 lire, 18 soldi e 7 + 11/43 di denari. Il resto tocca all’altro.
Puoi anche trovarlo moltiplicando 7 per 25/43 .

# De consolamine monetarum – Cap.11

*Incipit capitulum undecimum de consolamine monetarum.*

Moneta quidem dicitur quelibet denariorum quantitas; et efficitur ex quauis argenti, et eris commixtione. Maior autem moneta dicitur, in cuius libra fuerit plus argenti, quam in ea, que fieri desideratur. Minor uero, in qua minus. Moneta consolari dicitur, quando ponitur in libra ipsius aliqua data argenti quantitas. Et cum dicimus: habeo monetam ad uncias quantaslibet, ut dica|mus ad 2, intelligimus quod in libra ipsius monete habeantur uncie 2 argenti. Consolatur enim moneta tribus modis. Primus modus est, quando consolatur ex data quantitate argenti uel eris. Secundus cum consolatur ex quibuslibet datis monetis cum argenti, uel eris, uel utriusque additione tertius: quando tantum ex datis monetis consolatur; que omnia, ut in hoc capitulo perfecte contineantur, ipsum in differentiis septem diuidimus; quarum prima erit de consolamine monete ex data argenti, uel eris quantitate:

# • De consolamine monetarum – Cap.11

*Incipit capitulum undecimum de consolamine monetarum.*

Moneta quidem dicitur quelibet denariorum quantitas; et ellicitur ex quauis argenti, et eris commixtione. Maior autem moneta dicitur, in cuius libra fuerit plus argenti, quam in ea, que fieri desideratur. Minor uero, in qua minus. Moneta consolari dicitur, quando ponitur in libra ipsius aliqua data argenti quantitas. Et cum dicimus: habeo

monet

monet

est, q

ex qui

quand

tinean

monet

titolo di una moneta:
tra 0 e 12
once d'argento in una libbra di moneta

1 libbra = 12 once

1. fusione di argento e bronzo
2. fusione di monete con argento e bronzo
3. fusione di monete

# • De consolamine monetarum – Cap.11

1. fusione di argento e bronzo

• Quidam habet libras 7 argenti, ex quibus vult facere monetam ad uncias 2 argenti in libra; et vult scire quantitatem totius consolaminis, nec non et eris iunctionem.

Un tale ha 7 libbre di argento, dalle quali vuol fare monete a 2 once per libbra; si vuole sapere la quantità da fondere e il bronzo da aggiungere.

Soluzione 1.

$7 \cdot 12 = 84$

Di queste 7 libbre d'argento fanne once, e saranno 84. Dato che in ogni libbra di moneta ci sono 2 once d'argento, quante volte 2 once entrano in 84, tante volte si può fondere una libbra di monete da queste once d'argento. Ma in 84 once due once entrano 42 volte; dunque da 84 once d'argento si possono fondere 42 libbre di monete. Dalle quali, tolte le 7 libbre d'argento, rimangono 35 libbre di bronzo da aggiungere.

$84 : 2 = 42$

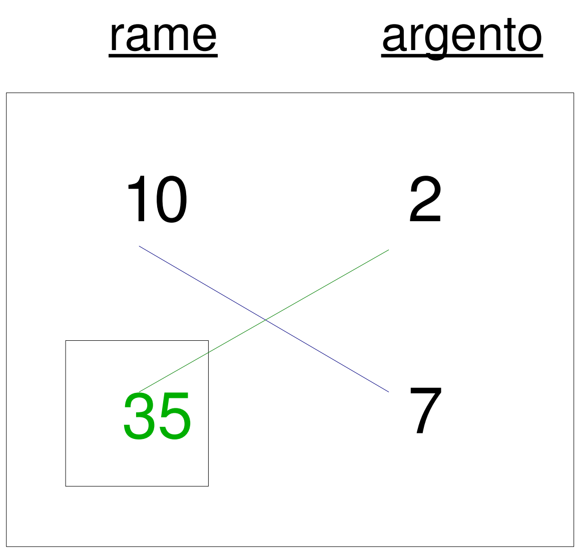
$42 - 7 = 35$

# De consolamine monetarum – Cap.11

1. fusione di argento e bronzo

Quidam habet libras 7 argenti, ex quibus vult facere monetam ad uncias 2 argenti in libra; et vult scire quantitatem totius consolaminis, nec non et eris iunctionem.

Un tale ha 7 libbre di argento, dalle quali vuol fare monete a 2 once per libbra; si vuole sapere la quantità da fondere e il bronzo da aggiungere.




Soluzione 2.
Poiché in ogni libbra devono esserci 2 once d'argento il resto delle once, cioè 10, per ogni libbra sarà di rame. Dunque per ogni 2 once di argento che si hanno bisogna prenderne 10 di rame. Scrivi allora 2 libbre di argento e 10 di rame su una riga e 7 libbre di argento sotto l'argento, come nello schema. Moltiplica 7 per 10 e dividi per 2: vengono 35 libbre di rame.

# De consolamine monetarum – Cap.11

2. fusione di monete con argento e bronzo

*Item si habueris libras 7 ad uncias 5 unius monete et libras 9 ad uncias 4 alterius et volueris ex eis monetam ad uncias 3 cuprum addendo conformare; et quesieris iunctionem cupri nec non et totius consolaminis quantitatem sic facies.*

Si hanno 7 libbre di alcune monete a 5 once d'argento ciascuna e 9 libbre di altre monete a 4 once e se ne vuole fare una moneta a 3 once aggiungendo del rame. Quanto rame si deve aggiugnere e qual è il totale delle monete fuse?

1. trovo il totale dell'argento

71

2. trovo quante libbre di monete a 3 once

23+2\3

3. trovo quante libbre di rame in totale

(23+2/3)x9/12 =(207+6)/12=213/12=17+9/12

4. trovo quante libbre di rame nelle monete

(7x7 + 9x8)/12 = (49+72)/12 = 121/12 = 10+1/12

5. trovo quanto rame da aggiungere

213/12-121/12 = 17+9/12-(10+1/12)=7+8/12=7+2/3

Soluzione.

Moltiplica 7 per 5, viene 35, e 9 per 4, viene 36, somma: viene 71, che è il totale dell'argento contenuto nelle monete. Dividi per 3, viene 23+2\3, che sono le libbre totali di monete che verranno. Togli le libbre di rame delle monete iniziali e troverai la quantità di rame da aggiungere, cioè 7+2\3 libbre.

- # Cap. 12 Pars tertia de questionibus arborum et similium

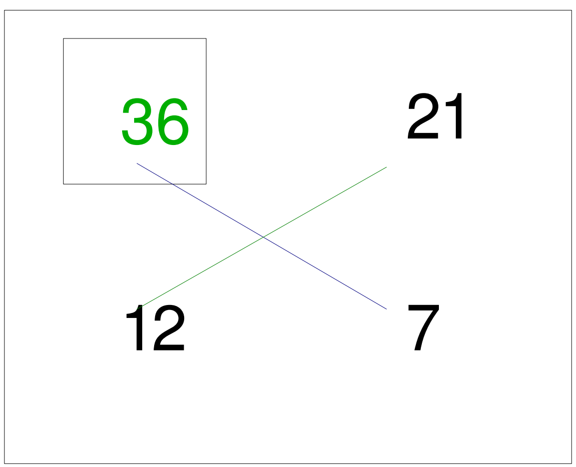
- Est arbor cuius 1/4  1/3 latet sub terra; et sunt palmi 21; queritur quanta sit arboris illius longitudo.

  - C’è un albero, di cui ¼ e 1/3 stanno sotto terra e sono 21 palmi. Si chiede quale sia la lunghezza dell’albero.

## LA FALSA POSIZIONE – Cap 12, III

- Est arbor cuius 1/4  1/3 latet sub terra; et sunt palmi 21; queritur quanta sit arboris illius longitudo.

◦ C’è un albero, di cui ¼ e 1/3 stanno sotto terra e sono 21 palmi. Si chiede quale sia la lunghezza dell’albero.

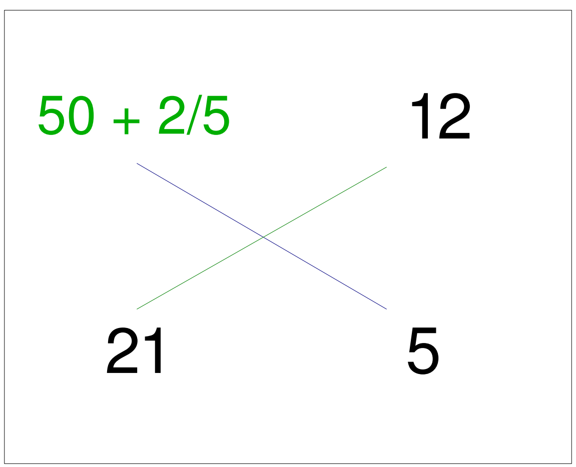



Soluzione.
Supponiamo che la lunghezza dell’albero sia 12 (scelto perché divisibile sia per 3 che per 4). Prendiamo ¼ e 1/3 del 12 che abbiamo supposto come lunghezza. Si ottiene 7. Se avessimo ottenuto 21 avremmo a caso trovato che l’albero era 12 palmi. Ma poiché 7 non è 21 avremo che 7 sta a 21 come la lunghezza ipotizzata dell’albero, cioè 12, sta a quella da trovare. In altre parole: se per 12 che suppongo trovo 7, cosa devo prendere per ottenere 21? Secondo la regola delle tre cose moltiplica gli estremi,cioè 12 e 21, e dividi per l’altro numero, cioè 7. Si ottiene 36.

# • LA FALSA POSIZIONE – Cap 12, III

- Item est arbor cuius 1/4 1/3 latet sub terra. Residuum vero quod est super terram est palmi 21.

◦ C'è un albero, di cui ¼ e 1/3 stanno sotto terra. Il rimanente, che sta sopra la terra, è 21 palmi. Si chiede quale sia la lunghezza dell'albero.




Soluzione.
Supponiamo che la lunghezza dell'albero sia 12 da cui tolti ¼ e 1/3, che fa 7, restano sopra la terra 5 palmi. Dunque dirai: per 12 che ho posto, viene 5; cosa devo porre perché venga 21? Moltiplica allora gli estremi, cioè 12 per 21, e dividi per il medio 5; verrà 50 e 2/5 .

# • LA DOPPIA FALSA POSIZIONE – Cap 13

## elcataym

• Valeat enim cantare, scilicet rotuli 100, libras 13; et queratur quantum valeat rotulus 1.

◦ Se un cantare, cioè 100 rotoli, vale 13 lire, quanto vale 1 rotolo?

| | | |
|---|---|---|
| soldi | 1 | 2 |
| err.(lire) | 8 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| diff.ip.(soldi) | 1 | 3/5 |
| diff.err.(lire) | 5 | 3 |

2soldi
7+1/5 denari

3/5 soldi=(12·3)/5 denari

Soluzione.
Supponiamo che 1 rotolo valga 1 soldo, allora 100 rotoli valgono 100 soldi, cioè  e 5 lire; l'errore della prima supposizione è dunque 8 lire. Supponiamo ora che 1 rotolo valga 2 soldi, allora 100 rotoli valgono 200 soldi, cioè 10 lire; l'errore della seconda supposizione è dunque 3 lire. Un aumento di uno (da 1 soldo a 2 soldi) nella supposizione iniziale ha portato dunque a una diminuzione di 5 (da 8 a 3 lire) nell'errore del risultato finale. Si dirà allora: per 1 che ho aumentato, mi sono avvicinato di 5; quanto dovrò ancora aumentare per avvicinarmi di altri 3? Si moltiplica 1 per 3 e si divide per 5. Poiché 1 soldo sono 12 denari verrà(12·3)/5 cioè 7 + 1/5 denari, che aggiunti ai 2 soldi della seconda ipotesi danno 2 soldi e 7 + 1/5 denari.

# LA DOPPIA FALSA POSIZIONE – Cap 13

## elcataym

- Valeat enim cantare, scilicet rotuli 100, libras 13; et queratur quantum valeat rotulus 1.

  - Se un cantare, cioè 100 rotoli, vale 13 lire, quanto vale 1 rotolo?

| lire | rot. |
|---|---|
| 13/100 | 1 |
| 3 | 100 |

13/100 lire = 13x20/100 soldi =260/100 soldi=

= 2+60/100 soldi

60/100 soldi = 3/5 x 12 denari =36 /5 denari =

7+1/5 denari

# • LA DOPPIA FALSA POSIZIONE – Cap 13

## elcataym

• Valeat enim cantare, scilicet rotuli 100, libras 13; et queratur quantum valeat rotulus 1.

◦ Se un cantare, cioè 100 rotoli, vale 13 lire, quanto vale 1 rotolo?

| | | |
|---|---|---|
| soldi | 1 | 2 |
| err.(lire) | 8 | 3 |
| diff.ip.(soldi) | 1 | 3/5 |
| diff.err.(lire) | 5 | 3 |

2soldi
7+1/5 denari

3/5 soldi=(12·3)/5 denari

Soluzione.
Supponiamo che 1 rotolo valga 1 soldo, allora 100 rotoli valgono 100 soldi, cioè  e 5 lire; l'errore della prima supposizione è dunque 8 lire. Supponiamo ora che 1 rotolo valga 2 soldi, allora 100 rotoli valgono 200 soldi, cioè 10 lire; l'errore della seconda supposizione è dunque 3 lire. Un aumento di uno (da 1 soldo a 2 soldi) nella supposizione iniziale ha portato dunque a una diminuzione di 5 (da 8 a 3 lire) nell'errore del risultato finale. Si dirà allora: per 1 che ho aumentato, mi sono avvicinato di 5; quanto dovrò ancora aumentare per avvicinarmi di altri 3? Si moltiplica 1 per 3 e si divide per 5. Poiché 1 soldo sono 12 denari verrà(12·3)/5 cioè 7 + 1/5 denari, che aggiunti ai 2 soldi della seconda ipotesi danno 2 soldi e 7 + 1/5 denari.

- # LA DOPPIA FALSA POSIZIONE – Cap 13

elcataym

3. fusione di monete

•Quidam habuit monetam que erat ad uncias 3 et aliam monetam que erat ad uncias 6; et voluit ex eis facere libram 15 monete que essent ad uncias 5; et queritur quantum de una quaque moneta in predicto consolamine mittere debuit.

• Un tale ha delle monete a 3 once d'argento e altre a 6 once d'argento per libbra. Vuole con queste fare 15 libbre di monete a 5 once d'argento. Quante monete di ciascun tipo deve fondere?

| | | |
|---|---|---|
| libb.tipoI | 3 | 4 |
| err. | 6 | 3 |
| diff.ip. | 1 | 1 |
| diff.err. | 3 | 3 |

4+1
libbre tipoI

Per 15 libbre a 5 once d'argento occorrono in tutto 75 once d'argento. Supponiamo di prendere 3 libbre della prima moneta. Abbiamo allora 3 × 3 = 9 once d'argento dalla prima moneta e dalle 12 libbre che mancano e che devo prendere della seconda moneta ottengo altre 12 × 6 = 72 once d'argento. In totale 81 once; dunque in questa prima ipotesi ho un errore di 6 once. Supponiamo ora di prendere 4 libbre della prima moneta. Abbiamo allora 4 × 3 = 12 once d'argento dalla prima moneta e dalle 11 libbre che mancano e che devo prendere della seconda moneta ottengo altre 11 × 6 = 66 once d'argento. In totale 78 once; dunque in questa seconda ipotesi ho un errore di 3 once.

Dunque aumentando di una libbra la prima moneta ho diminuito di 3 l'errore. Quanto allora devo aumentare ancora la prima moneta per diminuire ancora di 3 once?

Moltiplica 1 per 3 e dividi per 3. Viene 1, e dunque dovr` usare 5 libbre della prima moneta e 10 della seconda.

- **CAP. 12, De solutionibus multarum positarum quaestionum quas erraticas appellamus.**

*Quot paria coniculorum in uno anno ex uno pario germinentur.*

Qvidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariet circundatus, ut sciret, quot ex eo paria germinarentur in uno anno: cum natura eoru sit per singulum mensem aliud par germinare; et in secundo mense ab eorum nati uitate germinant. Quia suprascriptum par in primo mense germinat, duplicabis ipsum erunt paria duo in uno mense. Ex quibus unum, scilicet primum, in secundo mense geminat; et sic sunt in secundo mense paria 3; ex quibus in uno mense duo pre gnantur; et geminantur in tercio mense paria 2 coniculorum; et sic sunt paria 5 i ipso mense; ex quibus in ipso pregnantur paria 3; et sunt in quarto mense paria ε ex quibus paria 5 geminant alia paria 5: quibus additis cum parijs 8, faciunt pari 13 in quinto mense; ex quibus paria 5, que geminata fuerunt in ipso mense, non coı cipiunt in ipso mense, sed alia 8 paria pregnantur; et sic sunt in sexto mense paria 2

| |
|---|
| parium |
| 1 |
| primus |
| 2 |
| Secundus |
| 3 |
| tercius |
| 5 |
| Quartus |
| 8 |
| Quintus |
| 13 |
| Sextus |
| 21 |
| Septimus |
| 34 |
| Octauus |
| 55 |
| Nonus |
| 89 |
| Decimus |
| 144 |
| Undecimus |
| 233 |
| Duodecimus |
| 377 |

- **Il problema dei conigli, cap. 12**

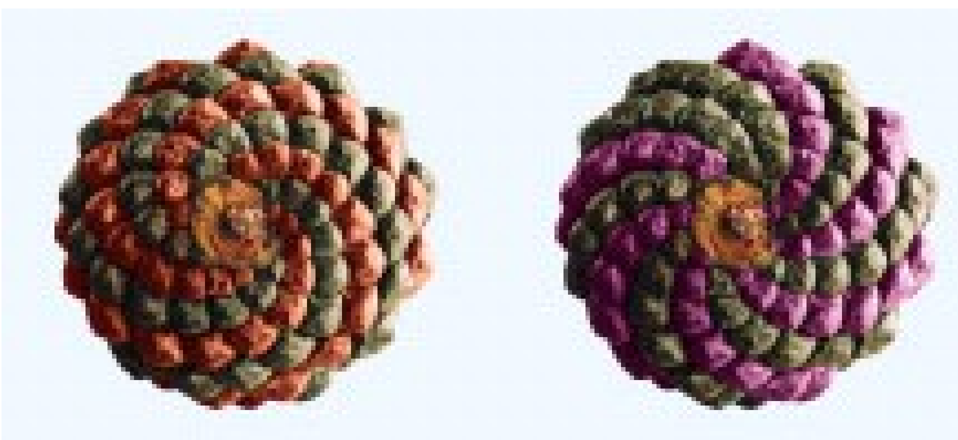
• Quidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariete circundatus, ut sciret quot ex eo paria germinarentur in uno anno, cum natura eorum sit per singulum mensem aliud par germinare et in secundo mense ab eorum nativitate germinant.

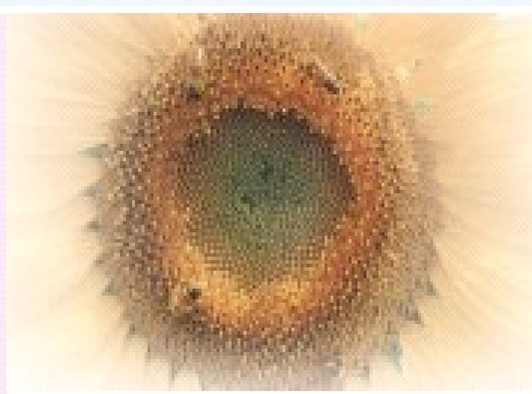
◦ Un tale mise una coppia di conigli in un luogo chiuso per sapere quante coppie sarebbero nate in un anno da quella coppia sapendo che in ogni mese da una coppia nasce un’altra coppia e che ogni coppia inizia a riprodursi nel secondo mese di vita.

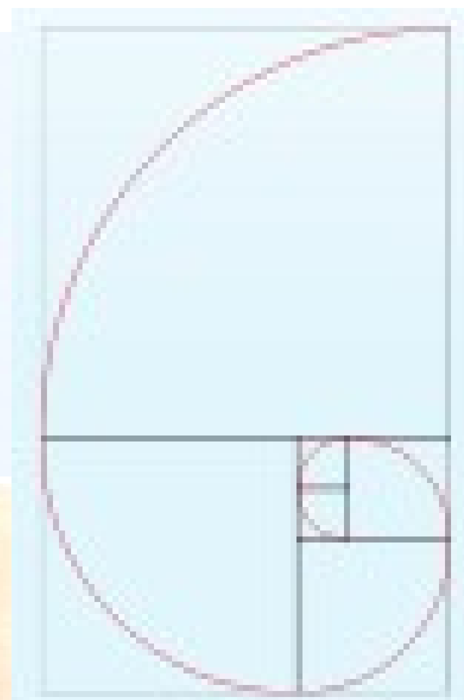
Nel primo mese la coppia si riproduce e dunque dopo un mese ci sono 2 coppie. Nel secondo mese la prima coppia si riproduce ancora e dunque vi sono 3 coppie. Di queste 2 rimangono gravide. Nel terzo mese nascono 2 nuove coppie e dunque vi sono 5 coppie, di cui 3 rimangono gravide. Nel quarto mese vi sono 8 coppie di cui 5 rimangono gravide. Nel quinto vi sono 13 coppie di cui 8 rimangono gravide. Nel sesto 21 coppie di cui 13 gravide. Nel settimo 34 coppie di cui 21 gravide, nell’ottavo 55 di cui 34

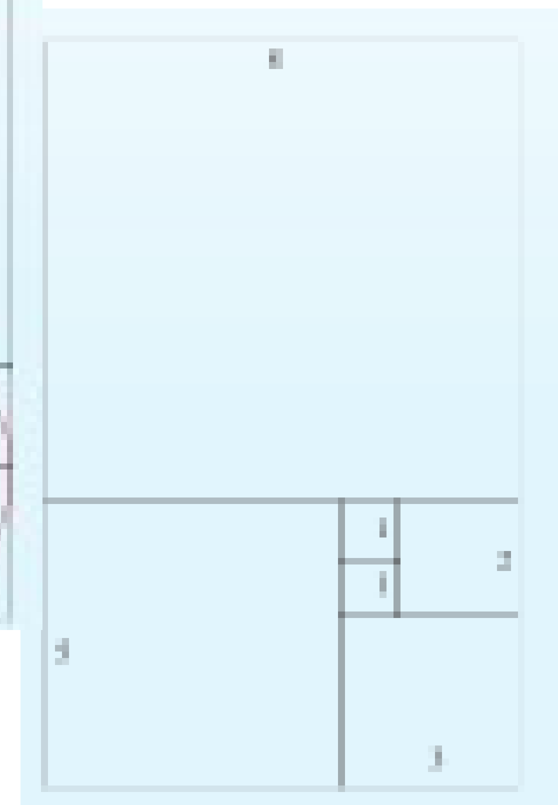
- **Il problema dei conigli, cap. 12**

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610,









- **Progressioni geometriche, cap. 12**

- Septem vetule vadunt Romam quarum quelibet habet burdones 7, et in quolibet
burdone sunt saculi 7 et in quolibet saculo panes 7 et in quilibet panis habet cultellos 7 et quilibet cultellus habet vaginas 7. Queritur summa omnium predictorum.
  - Sette vecchie vanno a Roma; ognuna ha sette muli, ogni mulo ha sette sacchi, in ogni sacco ci sono sette pani, ogni pane ha sette coltelli, ogni coltello sette guaine. Si chiede la somma di tutti.

*Sette case; in ognuna sette gatti; ogni gatto uccide sette topi; ogni topo aveva mangiato sette grani; ogni grano produce sette hekat. Qual'è il totale di tutti?*
Papiro di Rhind

- **Progressioni geometriche, cap. 12**

• Septem vetule vadunt Romam quarum quelibet habet burdones 7, et in quolibet
burdone sunt saculi 7 et in quolibet saculo panes 7 et in quilibet panis habet cultellos 7 et quilibet cultellus habet vaginas 7. Queritur summa omnium predictorum.

◦ Sette vecchie vanno a Roma; ognuna ha sette muli, ogni mulo ha sette sacchi, in ogni sacco ci sono sette pani, ogni pane ha sette coltelli, ogni coltello sette guaine. Si chiede la somma di tutti.

137256
7
49
343
2401
16807
117649

Soluzione.
Moltiplica il numero delle vecchie, 7, per il numero dei muli, 7; viene 49. Moltiplica 49 per i 7 sacchi, viene 343. Moltiplica per 7 pani; viene 2401. Moltiplica per 7 coltelli; viene 16807. Moltiplica per 7 guaine; viene 117649. Sommando tutto viene 137256.

- **Progressioni geometriche, cap. 12**

• Est arbor que habet ramos 100, et in quolibet ramo sunt nidi 100; et in quolibet
nido sunt ova 100; et in quolibet ovo sunt aves 100.

◦ Un albero ha 100 rami, in ogni ramo ci sono 100 nidi, in ogni nido 100 uova e in ogni uovo 100 uccelli. Qual è la somma di tutti?

Soluzione.
Prendi i 100 rami e aggiungi due zeri per avere i nidi, viene 10000. Metti altri due zeri per le uova, viene 1000000. Metti altri due zeri per gli uccelli, viene 100000000.
Per sommare metti un 1 al posto del terzo, del quinto e del settimo zero. Viene 101010100.

# • Il problema della scacchiera

*Incipit pars 9ª de duplicatione scacherii, et quorundam aliarum regularum.*

Dvplicatio quidem scacherij duplici modo proponitur; quorum unus est cum sequens punctum sui antecedentis duplum sit; alius, cum sequens punctum omnium antecedentium punctorum duplum esse proponatur. Vnde qualiter utrum duplicatio fieri debeat, ad presens ostendere procuramus. Prima namque duplicatio duplici modo fieri potest, uidelicet si de puncto in punctum duplicando usque ad ultimum punctum egrediendo operabimur: alius modus est, ut duplices tantum primum punctum, et habebis duo; que duo multiplica in se, erunt 4; que 4 sunt 1, magis numero duplicationis duorum punctorum. Verbi gratia. In primo puncto pone 1. In secundo 2; quibus iunctis, faciunt 3; quibus tribus suprascripta 4 sunt 1 plus; quibus 4 in se multiplicatis, faciunt 16; qui numerus est uno magis duplicatione dupli duorum punctorum, uidelicet de punctis 4. Verbi gratia: in primo est 1. In secundo 2. In | tercio 4. In quarto 8; quibus insimul iunctis, faciunt 15; que sunt 1, minus de 16. Item 16 in se multiplica, faciunt 256; que sunt 1, plus numero duplicationis dupli .iiii.or punctorum suprascriptorum, scilicet de fol. 137 recto.

secundo 2. In tercio 4. In quarto 8. In quinto 16. In sexto 32. In septimo 64. In octauo 128; quibus insimul iunctis, faciunt 255; quorum 255 suprascripta 256 sunt, 1 plus, ut prediximus: quare multiplicatis 256 in se, faciunt 65536, que sunt 1, magis duplicatione dupli unius linee, scilicet de punctis 16: propter eamdem ergo multiplica 65536 in se, faciunt 4294967296; que similiter sunt uno magis numero duplicationis dupli duarum linearum, uidelicet de punctis 32, que dimidium optinent scacherij. Vnde multiplica 4294967296 in se, reddunt 18446744073709551616; que sunt 1, magis duplicatione totius scacherij; quo numero in se ipso multiplicato, reddunt 1, magis duplicatione duorum scacheriorum, scilicet 340282366920938463463374607431768211456; et sic multiplicando possemus procedere in infinitum.

- **De quaestionibus aliebrae et almuchabalae, Cap. 15, III**

*Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.*

Maumeht Ad composictionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc sinpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est,

# • EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

*Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.*

Maumeht AD composictionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc sinpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est,

NUMERO

RADICE (numero incognito) o COSA

CENSO (numero moltiplicato in sé)

$ax^2 + bx + c = 0$

- censo uguale a radici ($x^2 = bx$)
- censo uguale a numero ($x^2 = c$)
- radici uguali a numero ($bx = c$)

- censo e radici uguali a numero ($x^2 + bx = c$)
- censo uguale a radici e numero ($x^2 = bx + c$)
- censo e numero uguali a radici ($x^2 + c = bx$)

# EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

- censo uguale a numero ($x^2 = c$)

Hec omnia intelligantur cum census augmentatus vel diminutus equabitur alicui numero.
Sed ut hec apertius habeantur ponantur 5 census equari denariis 45.
Divide ergo 45 per 5, venient denarii 9 qui equantur censui, hoc est census est 9, et radix eius est 3.

Perché sia più chiaro si ponga 5 censi uguale a 45 denari.
Dividi allora 45 per 5, verrà 9 denari uguale a un censo, cioè un censo è 9 e la sua radice è 3

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Esempio

$$5x^2 = 45$$
$$x^2 = 9$$
$$x = 3$$

- # EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

- censo uguale a numero ($x^2 = c$)

Similiter cum census 1/3 4 equatur denariis 26 divides 26 per 1/3 4 scilicet 78 per 13, exibunt 6 quibus equatur unus census.
Quare radix eius est surda, cum sit radix numeri non quadrati.

In modo simile se 4+1/3 è eguale a 26 denari, dividi 26 per 4+1/3, cioè 78 per 13, verrà 6 che sono uguali a un censo.
Perciò la sua radice è sorda, perché è radice di un numero non quadrato.

$ax^2 + bx + c = 0$

Esempio

$(4+1/3)x^2 = 26$

$(13/3)x^2 = 26$

$x^2 = 26 \cdot 3/13$

$x^2 = 78/13$

$x^2 = 6$

# • EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

*Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.*

Maumeht  AD compositionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati ; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc simpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est,

NUMERO

RADICE (numero incognito) o COSA

CENSO (numero moltiplicato in sé)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Esempio

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x^2 + 3/2x - 1 = 0$$

$$x^2 + 3/2x = 1$$

censo e radici uguali a numero ($x^2 + bx = c$)

- # EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0$$

soluzioni

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esempio

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

soluzioni

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$x = \frac{-8}{4}$ e $x = \frac{2}{4}$

$x = -2$ e $x = 1/2$

- **EQUAZIONI DI SECONDO GRADO**

**NUMERO**

**RADICE (numero incognito) o COSA**

**CENSO (numero moltiplicato in sé)**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

soluzioni

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esempio

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

verifica 1: $x=-2$

$$2(-2)^2 + 3(-2) - 2 = 0$$

$$2 \cdot 4 - 6 - 2 = 0$$

$$8 - 6 - 2 = 0$$

$x=-2$ e $x=1/2$

- **EQUAZIONI DI SECONDO GRADO**

Esempio

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

verifica 2: $x=1/2$

$2(1/2)^2 + 3(1/2) - 2 = 0$

$2\cdot (1/4) + 3/2 - 2 = 0$

$1/2 + 3/2 - 2 = 0$

$x=-2$ e $x=1/2$

**NUMERO**

**RADICE (numero incognito) o COSA**

**CENSO (numero moltiplicato in sé)**

$ax^2 + bx + c = 0$

soluzioni

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- **EQUAZIONI DI SECONDO GRADO**

**NUMERO**

**RADICE (numero incognito) o COSA**

**CENSO (numero moltiplicato in sé)**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

soluzioni

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Caso a=1

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

$$x = \frac{-b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

- **EQUAZIONI DI SECONDO GRADO**

Esempio caso a=1

$x^2 + 10x - 39 = 0$

$x = -5 \pm \sqrt{5^2 + 39}$

$x = -5 \pm \sqrt{25 + 39}$

$x = -5 \pm \sqrt{64}$

$x = -5 \pm 8$

$x = 3$ o $x = -13$

**NUMERO**

**RADICE (numero incognito) o COSA**

**CENSO (numero moltiplicato in sé)**

$x^2 + bx + c = 0$

soluzioni

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

- ***Quando census et radices equantur numero***

*Censo e radici uguali a numero*

$x^2 + bx = c$

- Sic facias: accipe quadratum medietatis radicum et adde eum super numerum datum; et eius quod provenerit radicem accipe; de qua numerum medietatis radicum tolle; et quod remanserit erit radix quesiti census.

◦ Fai così: prendi il quadrato della metà delle radici e aggiungilo al numero dato; da quello che viene prendi la radice; da questa togli metà delle radici.

$x^2 + bx + c = 0$

soluzioni

$$x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$x^2 + bx = c$

soluzione

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero*

$x^2 + bx = c$

◦ Fai così prendi il quadrato della metà delle radici e aggiungilo al numero dato; da quello che viene prendi la radice; da questa togli metà delle radici.

Verbi gratia: census et decem radices equentur 39. Dimidium itaque ex radicibus est 5; quibus in se multiplicatis faciunt 25; quibus additis cum 39 faciunt 64; de quorum radice que est 8 si auferatur medietas radicum, scilicet 5, remanebunt 3 pro radice quesiti census. Quare census est 9, et ipsius decem radices sunt 30; et sic census et decem radicem equantur 39.

- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero*

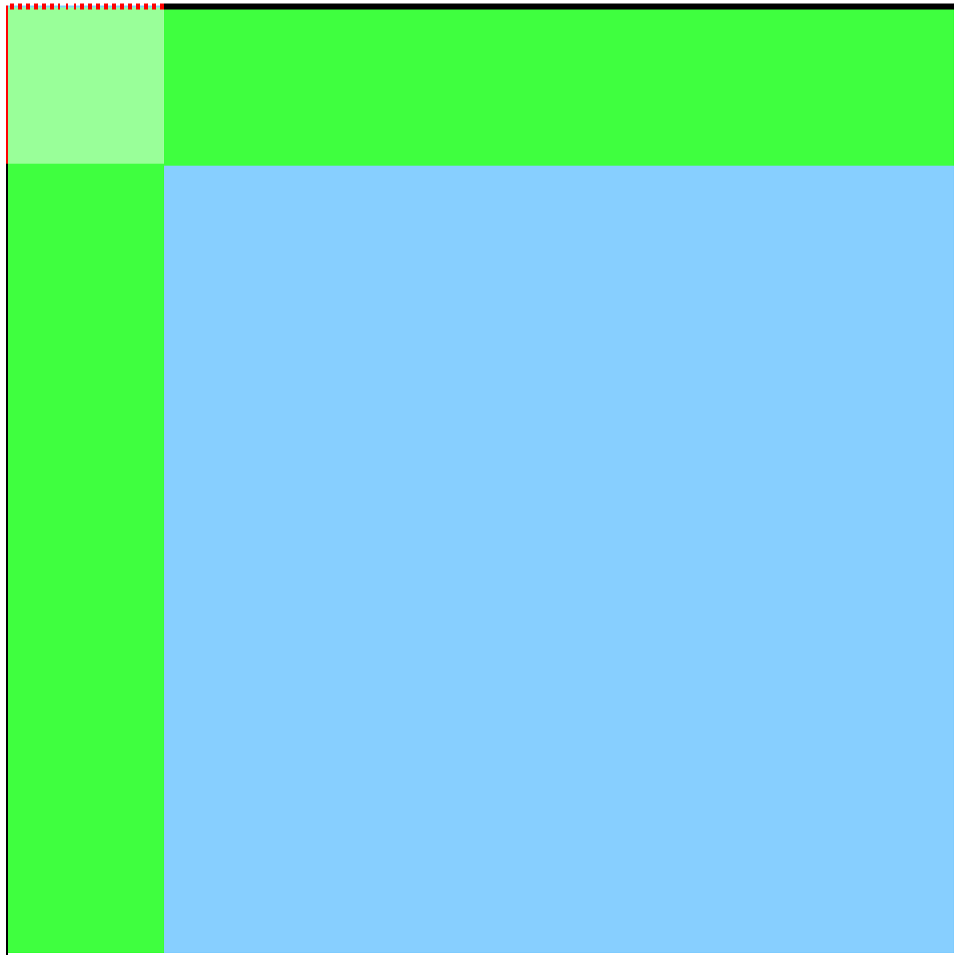
$x^2 + bx = c$

◦ Fai così prendi il quadrato della metà delle radici e aggiungilo al numero dato; da quello che viene prendi la radice; da questa togli metà delle radici.

Esempio: un censo e dieci radici siano uguali a 39. La metà delle radici è 5 che moltiplicato per se stesso fa 25; questo aggiunto a 39 fa 64; dalla cui radice, che è 8, se si toglie metà delle radici, cioè 5, rimarrà 3 che dà la radice del censo richiesto. Quindi il censo è 9, e le sue dieci radici sono 30; e così il censo con le dieci radici fanno 39.

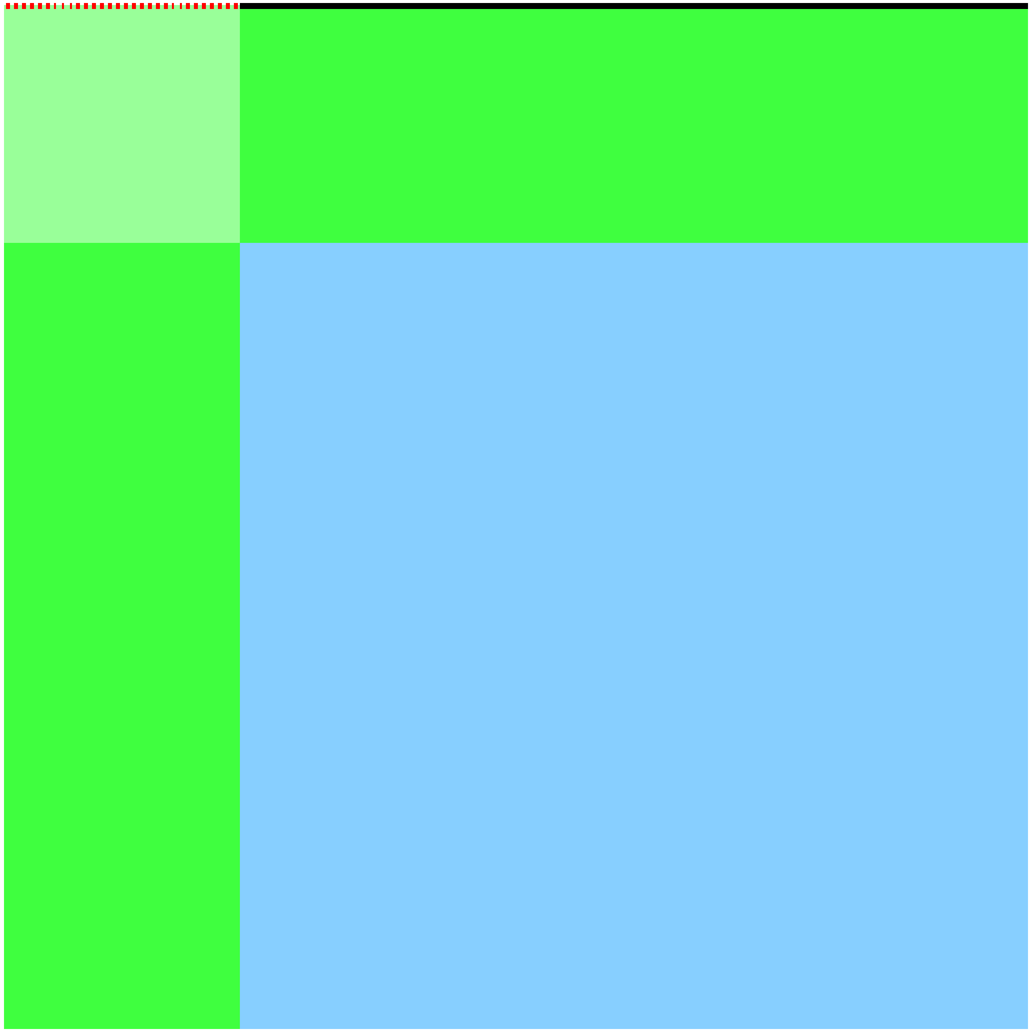
- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 1*



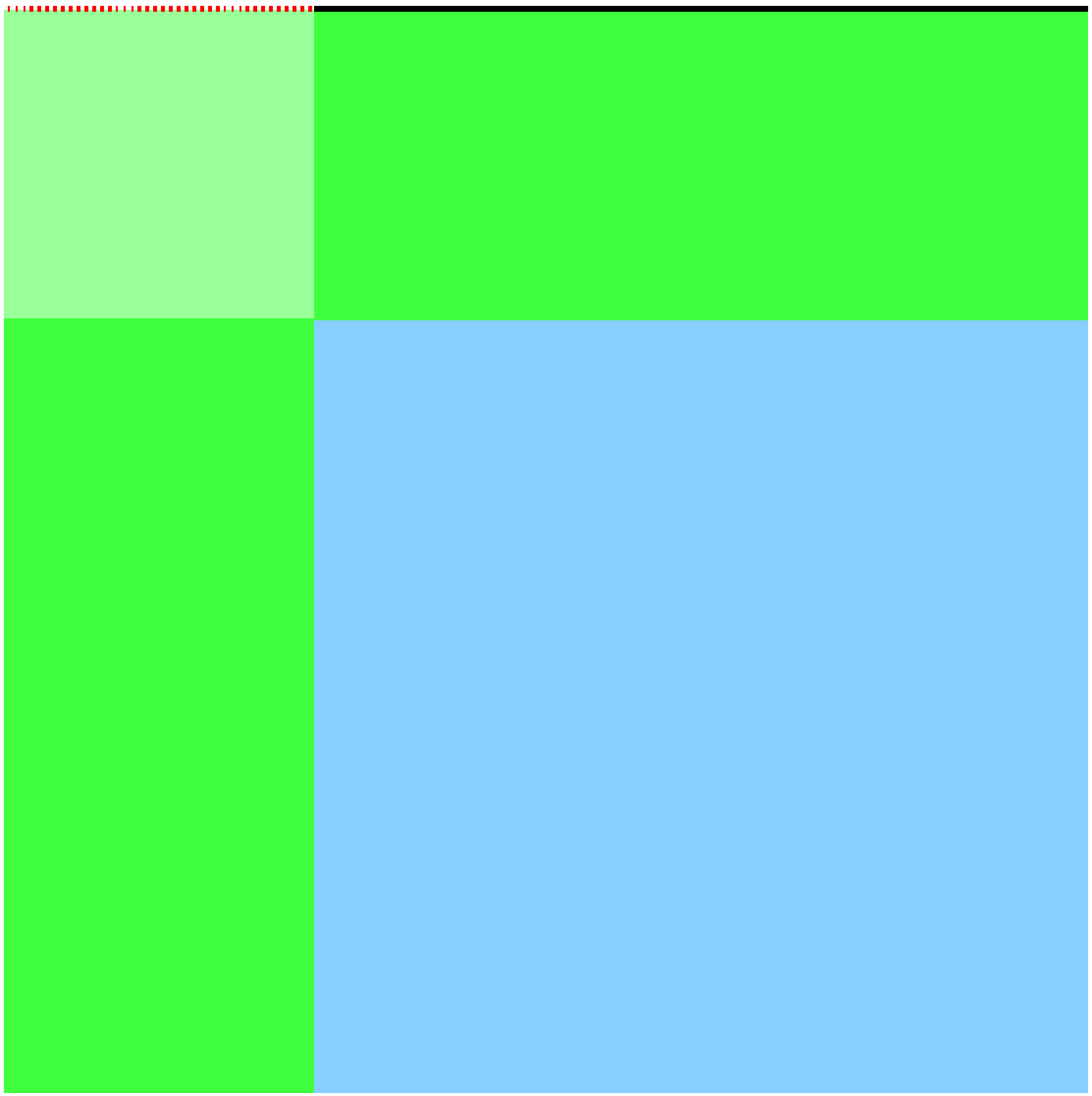
- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 1*



- **Quando census et radices equantur numero**

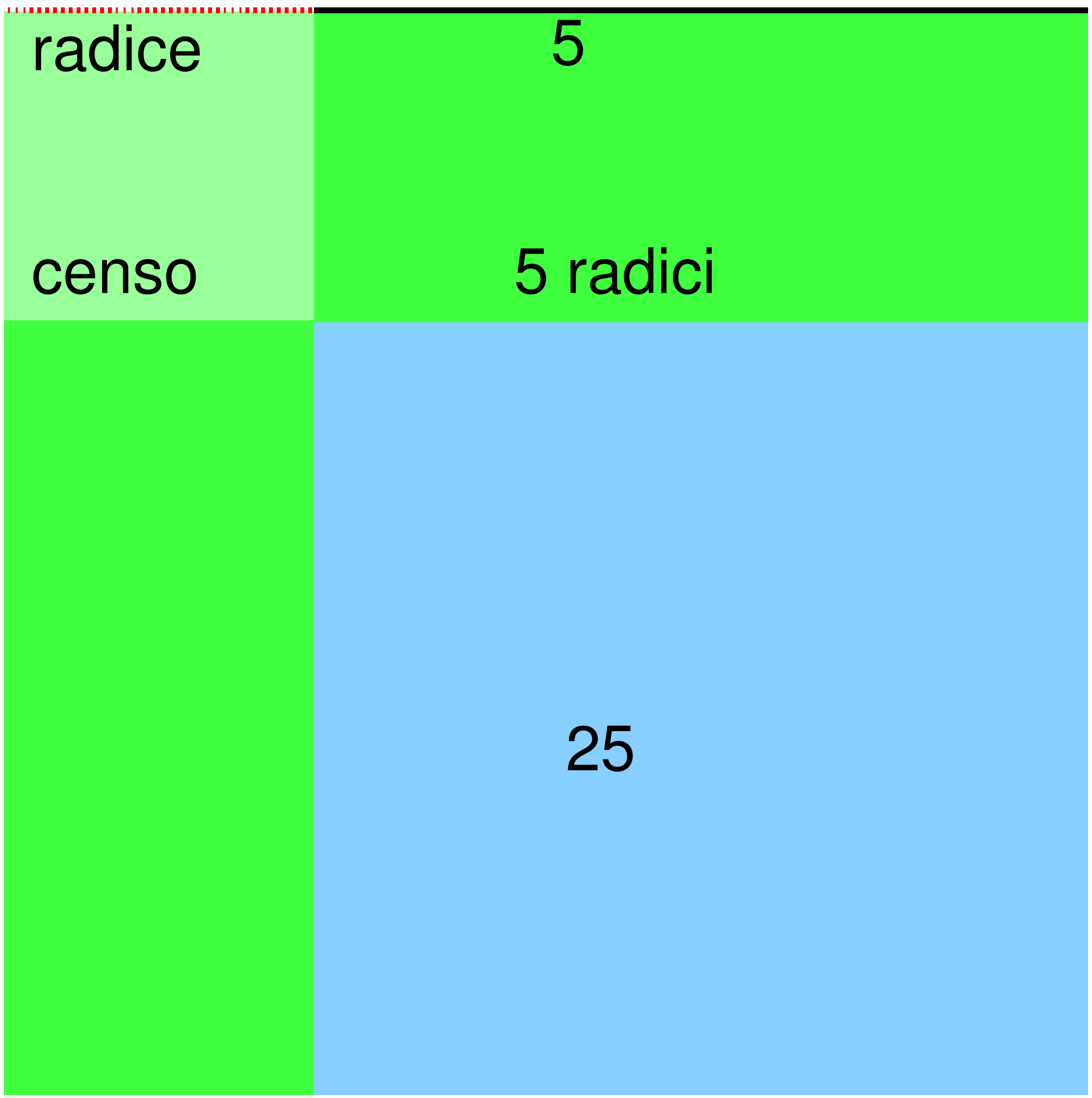
*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 1*



- **Quando census et radices equantur numero**

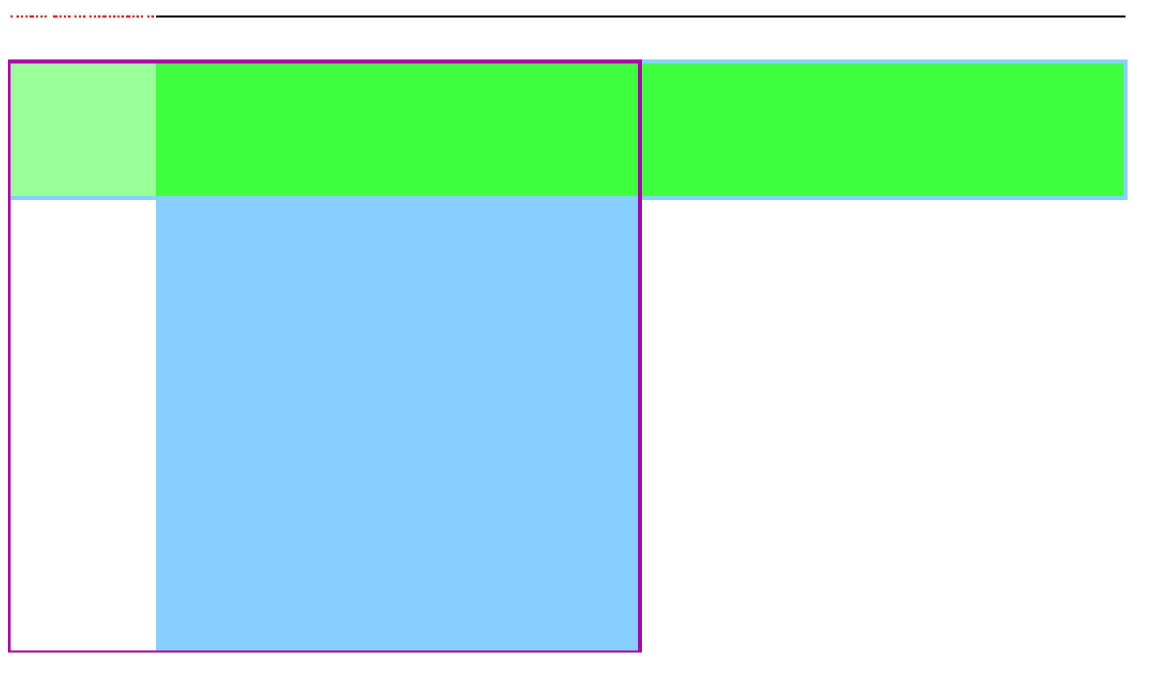
*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 1*

un censo e dieci radici siano uguali a 39



- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 2*

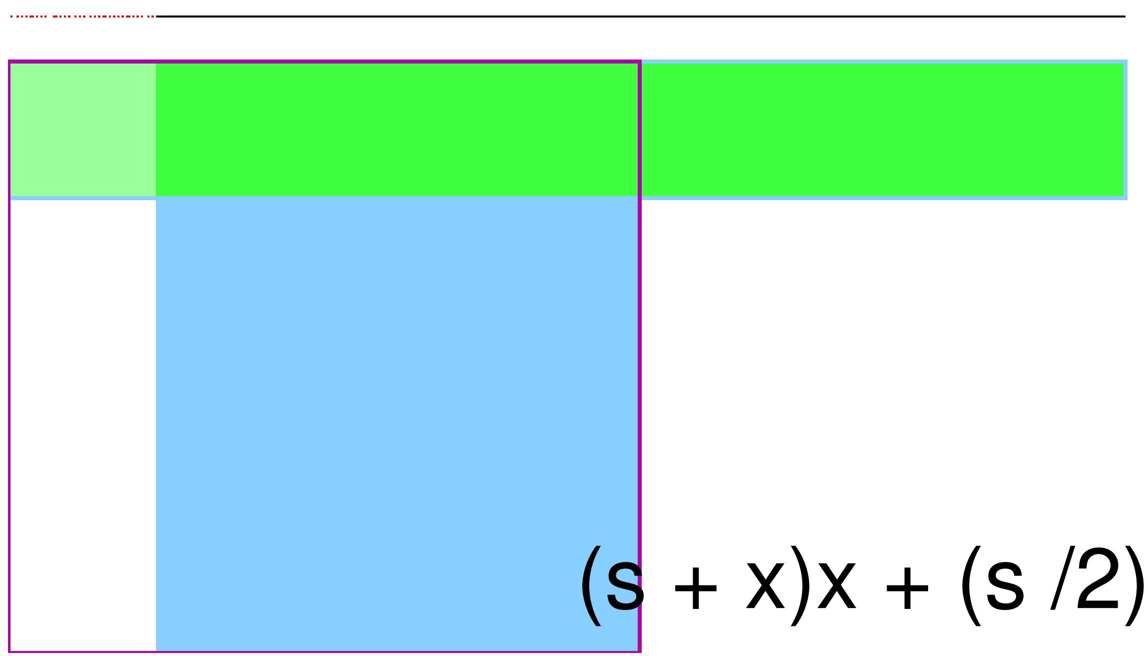


**Euclide**
**Elem. II, 6**

Se si divide un segmento in parti uguali e ad una parte si aggiunge un altro segmento, il rettangolo costruito con l’intero segmento più il secondo segmento e con il secondo segmento insieme con il quadrato della metà è uguale al quadrato costruito sul secondo segmento più metà del primo.

- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 2*



**Elem. II, 6**

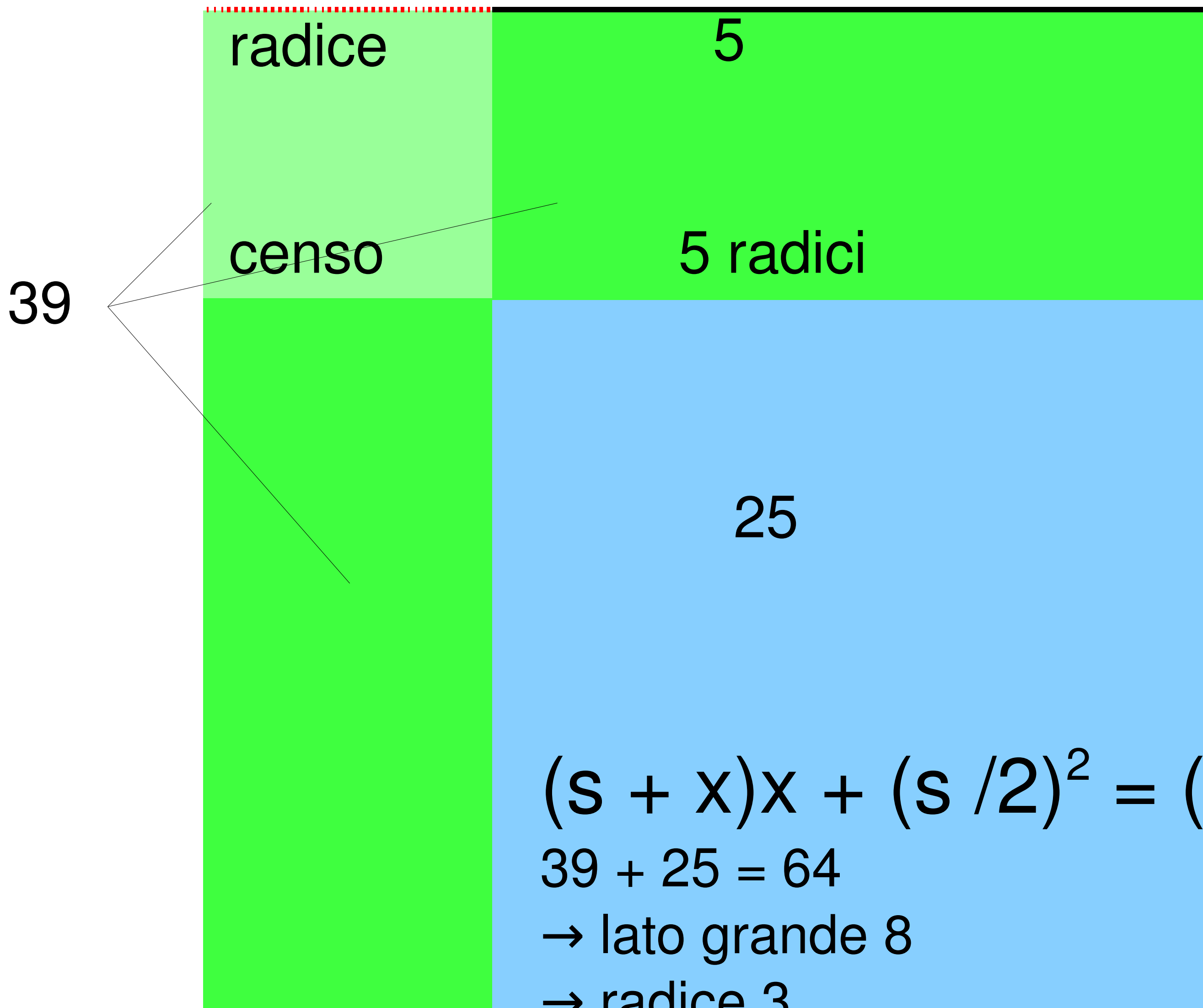
$$(s + x)x + (s/2)^2 = (s/2 + x)^2$$

Se si divide un segmento in parti uguali e ad una parte si aggiunge un altro segmento, il rettangolo costruito con l’intero segmento più il secondo segmento e con il secondo segmento insieme con il quadrato della metà è uguale al quadrato costruito sul secondo segmento più metà del primo.

- **Quando census et radices equantur numero**

*Censo e radici uguali a numero – costruzione geometrica 1*

un censo e 10 radici siano uguali a 39




$$(s + x)x + (s/2)^2 = (s/2 + x)^2$$

39 + 25 = 64

→ lato grande 8

→ radice 3

# •Quando radices et numerus equantur censui

*Censo uguale a radici e numero*

$x^2 = bx + c$

• Tunc quadratum medietatis radicum addes super numerum; et super radicem eius, quod provenerit, adde numerum medietatis radicum; et habebis radicem quesiti census.

◦ Allora aggiungi il quadrato di metà radici al numero; alla sua radice aggiungi il numero di metà radici; avrai la radice del censo cercato.

$x^2 + bx + c = 0$

soluzioni

$$x = \frac{-b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$x^2 = bx + c$

soluzione

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$$

•**Quando radices et numerus equantur censui**

*Censo uguale a radici e numero*

$x^2 = bx + c$

• Tunc quadratum medietatis radicum addes super numerum; et super radicem eius, quod provenerit, adde numerum medietatis radicum; et habebis radicem quesiti census.

○ Allora aggiungi il quadrato di metà radici al numero; alla sua radice aggiungi il numero di metà radici; avrai la radice del censo cercato.

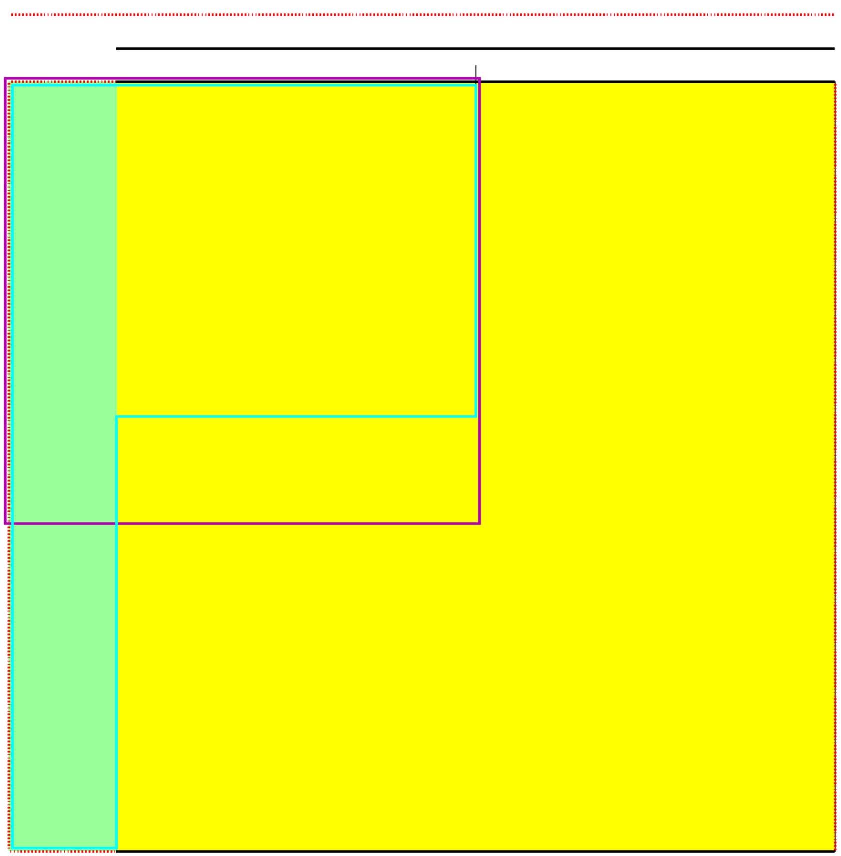
Esempio: un censo sia uguale a dieci radici e 39 denari. Aggiungi dunque il quadrato di metà radici, cio` 25, a 39; far` 64; alla cui radice, che è 8, aggiungi 5, cioè metà radici; verrà 13 che dà la radice del censo richiesto. Quindi il censo è 169.

# •Quando radices et numerus equantur censui

*Censo uguale a radici e numero*

$x^2 = bx + c$

Esempio: un censo sia uguale a dieci radici e 39 denari.



Si costruisce il quadrato pari al censo con lato incognito (in rosso tratteggiato) maggiore di 10. Su uno dei suoi lati si costruisce un rettangolo con l’altro lato pari a 10 (in giallo). poiché la superficie del rettangolo giallo è pari a 10 radici, il rettangolo verde che resta deve essere pari a 39.

Costruiamo ora un quadrato su metà del lato di 10. Questo quadrato pi` la striscia verde (cioè la superficie con il bordo azzurro), per la stessa proposizione Elem. II, VI, è pari al quadrato col bordo viola, che è dunque 64. Aggiungendo al suo lato, 8, meta del lato di 10, si ottiene il lato del censo, 13, e dunque il censo, 169.

## •Quando census et numerus equantur radicibus

*Censo e numero uguale a radici*

$x^2+c = bx$

• Et cum occurrerit quod census et numerus equentur radicibus scias hoc fieri non posse nisi numerus fiat equalis vel minor quadrato medietatis radicum: qui si equalis fuerit habebitur pro radice census numerus medietatis radicum; et si numerus qui cum censu equatur radicibus fuerit minus quadrato medietatis radicum, extrahe ipsum numerum ex ipso quadrato et eius quod remanserit radicem extrahe ex numero medietatis radicum; et si quod remanserit non erit radix quesiti census tunc addes id quod extraxisti super numerum de quo extraxisti et habebis radicem quesiti census.

## •Quando census et numerus equantur radicibus

*Censo e numero uguale a radici*

$x^2+c = bx$

E se capitasse che censo e numero siano uguali a radici sappi che questo non può essere a meno che il numero sia minore o uguale al quadrato di metà radici.

Se fosse uguale si avrebbe per radice del censo il numero di metà radici.

E se il numero che con il censo è uguale a radici fosse meno del quadrato di metà radici, sottrailo da quel quadrato e sottrai la radice di ciò che resta dal numero di metà radici.

$x^2 + bx + c = 0$

soluzioni

$$x=-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$x^2 + c = bx$

soluzione

$$x= \frac{b}{2}-\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \qquad x= \frac{b}{2}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

## •*Quando census et numerus equantur radicibus*

### *Censo e numero uguale a radici*

$x^2+c = bx$

Esempio: un censo e 40 uguale a 14 radici.

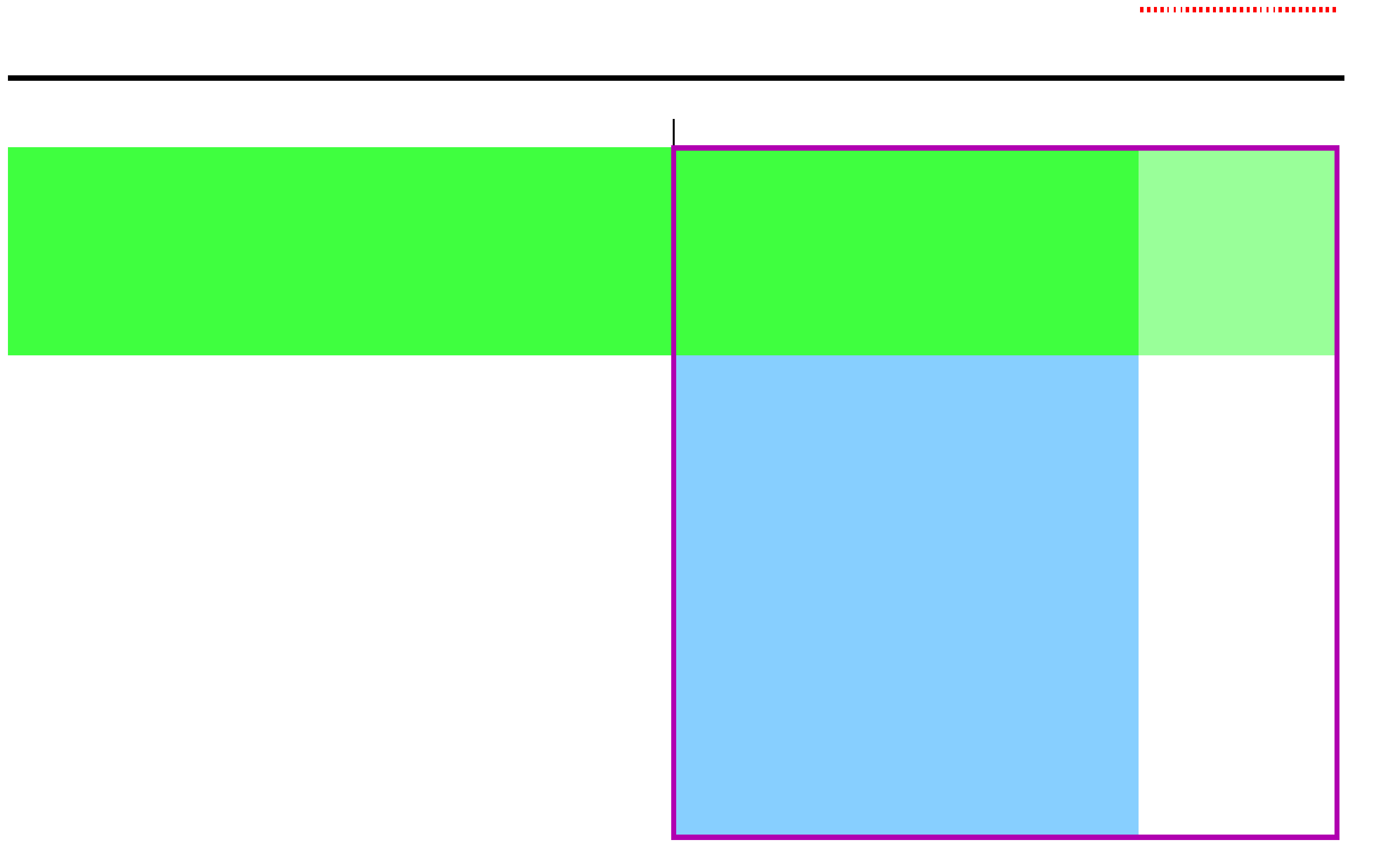
Dimezzando le radici si ha 7, dal loro quadrato, cio` 49, togli 40, rimane 9; sottrai la sua radice, cio` 3, da met` delle radici, cio` 7; rimarr` 4 come radice del censo cercato e il censo ` 16; questo sommato con 40 fa 56 che sono 14 radici dello stesso censo, poich´ moltiplicando la radice di 16 per 14 viene 56.

Oppure somma la radice di 9 con 7, verr` 10 come radice del censo cercato; e cos` il censo sar` 100 che sommato a 40 fa 140 che sono 14 radici di 100 poich´ dal prodotto della radice di 100 per 14 viene 140. E cos` se non si risolvesse la questione con la sottrazione, si risolverà senza dubbio con l'addizione.

- **Quando census et numerus equantur radicibus**

$x^2+c = bx$

*Censo e numero uguale a radici -costruzione geometrica*



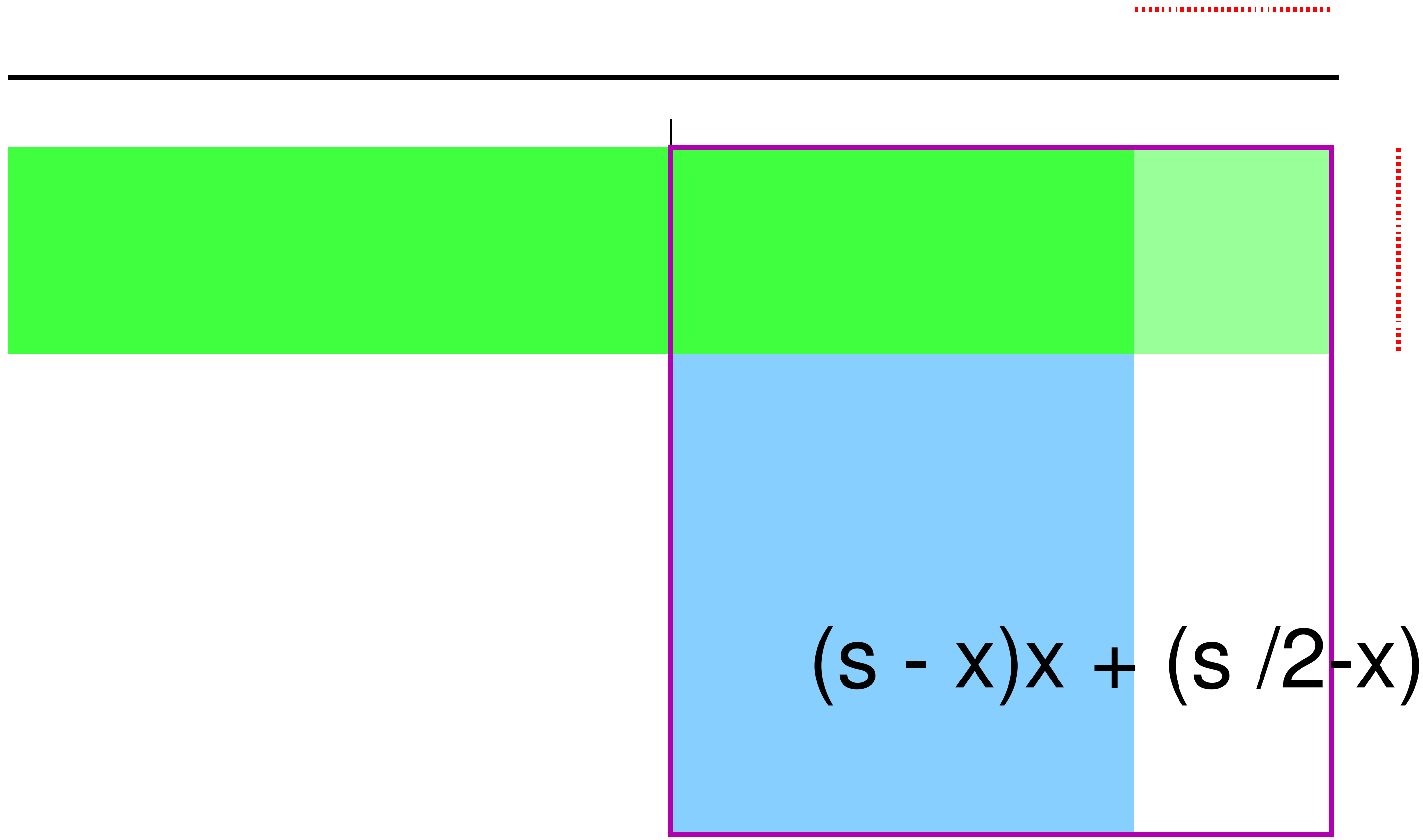
**Elem. II, 6**

Se si divide un segmento in parti uguali e in parti disuguali, il rettangolo delle parti disuguali, più il quadrato della differenza tra la parte maggiore e la metà della linea, è uguale al quadrato della metà.

- **Quando census et numerus equantur radicibus**

$x^2+c = bx$

*Censo e numero uguale a radici -costruzione geometrica*



**Elem. II, 6**

$$(s - x)x + (s/2 - x)^2 = (s/2)^2$$

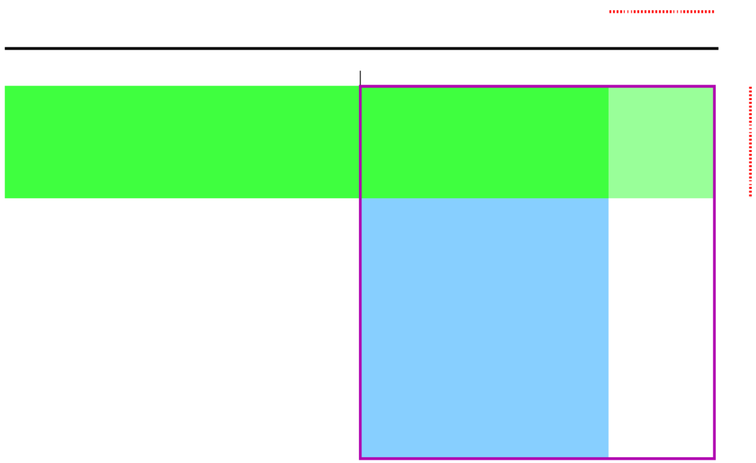
Se si divide un segmento in parti uguali e in parti disuguali, il rettangolo delle parti disuguali, più il quadrato della differenza tra la parte maggiore e la metà della linea, è uguale al quadrato della metà.

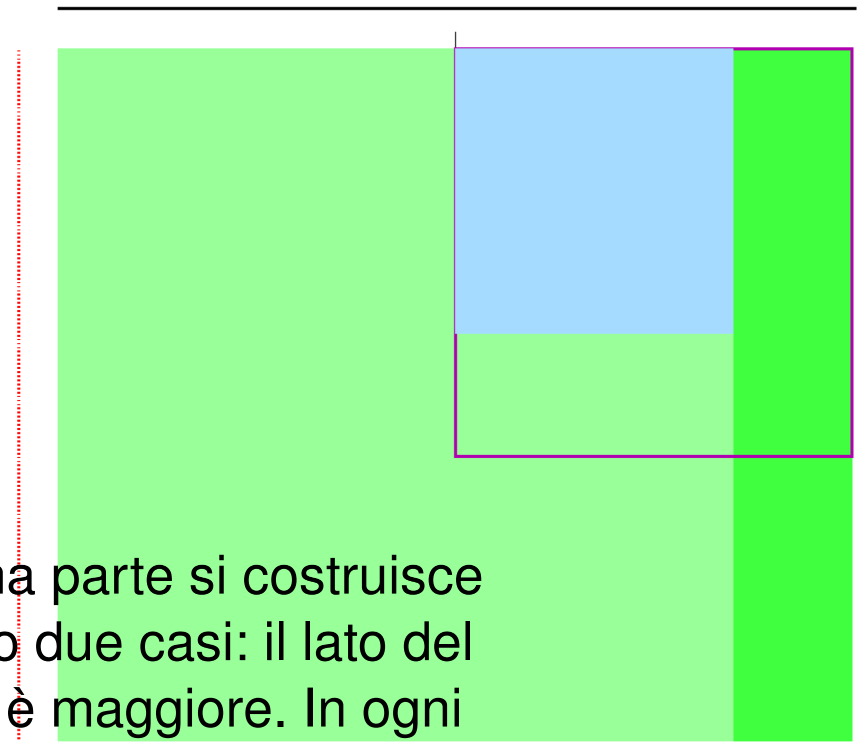
## •Quando census et numerus equantur radicibus

$x^2+c = bx$

### *Censo e numero uguale a radici -costruzione geometrica*

un censo e 40 uguale a 14 radici





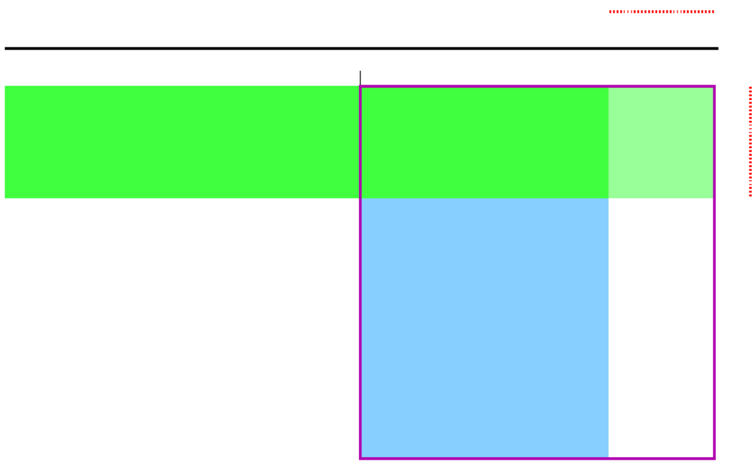
Si traccia un segmento lungo 14 e su una parte si costruisce il censo (quadrato verde chiaro). Ci sono due casi: il lato del censo è minore della metà di 14 oppure è maggiore. In ogni caso si completa il rettangolo che ha come lati 14 e il lato del censo (parte in verde scura e verde chiara). Questo rettangolo sar` pari a 14 radici. Poich´ il quadrato verde chiaro ` il censo, la parte rimanente (verde scuro) sar` 40. Questa sommata al quadrato azzurro `, per la prop. V del libro II, uguale al quadrato con il bordo viola, cio` 49. Dunque il quadrato azzurro ` 9 e il suo lato ` 3.

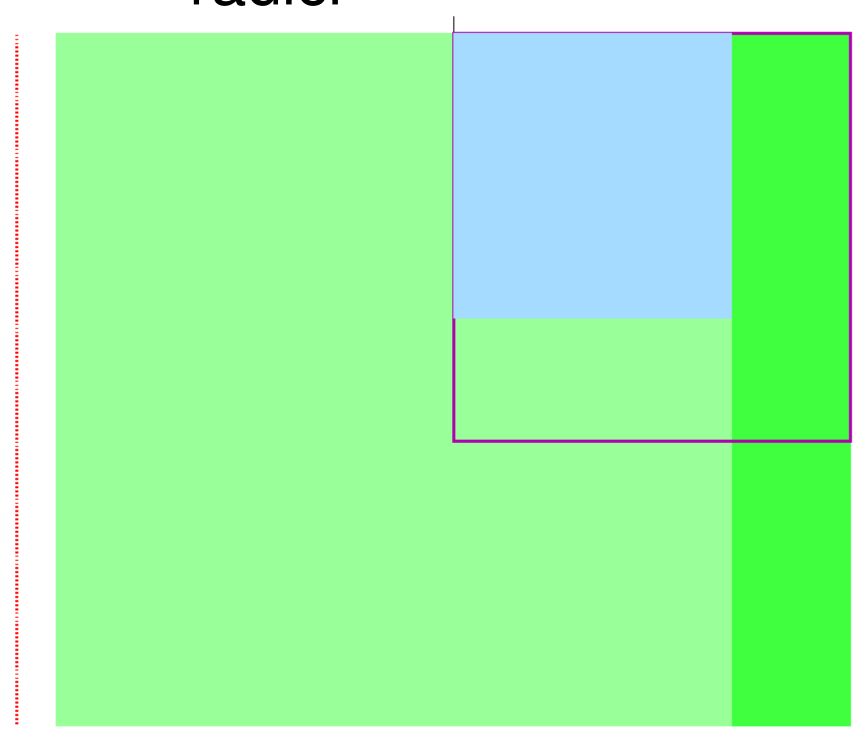
# •Quando census et numerus equantur radicibus

$x^2+c = bx$

*Censo e numero uguale a radici -costruzione geometrica*

un censo e 40 uguale a 14 radici





Primo caso:
Per ottenere il lato del censo da 7 tolgo 3.

Secondo caso:
Per ottenere il lato del censo a 7 aggiungo 3.

## Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale Incipiunt questiones eiusdem

- Divisi in duas partes 12 et multiplicavi unam earum per 27; et quod provenit fuit equale quadrato alterius partis.

  - Ho diviso in due parti 12 e ho moltiplicato una delle due parti per 27; quel che è venuto era uguale al quadrato dell’altra parte.

### Passo 1: equazione

Fa’ così prendi la cosa come una delle due parti; rimarranno 12 meno la cosa per l’altra; moltiplicati questi per 27 viene 324 meno 27 cose; moltiplica la cosa per la cosa, cio` la prima parte per se stessa; viene il censo che è uguale a 324 denari meno 27 cose.

## •Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale
## Incipiunt questiones eiusdem

- Divisi in duas partes 12 et multiplicavi unam earum per 27; et quod provenit fuit equale quadrato alterius partis.

  - Ho diviso in due parti 12 e ho moltiplicato una delle due parti per 27; quel che è venuto era uguale al quadrato dell'altra parte.

### Passo 1: equazione

Fa' così prendi la cosa come una delle due parti; rimarranno 12 meno la cosa per l'altra; moltiplicati questi per 27 viene 324 meno 27 cose; moltiplica la cosa per la cosa, cioè la prima parte per se stessa; viene il censo che è uguale a 324 denari meno 27 cose.

$x$
$12-x$
$27(12-x)$
$324-27x$
$x^2$
$x^2=324-27x$

- **Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale Incipiunt questiones eiusdem**

- Divisi in duas partes 12 et multiplicavi unam earum per 27; et quod provenit fuit equale quadrato alterius partis.

  - Ho diviso in due parti 12 e ho moltiplicato una delle due parti per 27; quel che è venuto era uguale al quadrato dell'altra parte.

censo uguale a 324 meno 27 cose.

Passo 2: restauratio (algebra)

$x^2=324-27x$

$x^2+27x=324$

Aggiungendo queste (27) cose da entrambe le parti viene che il censo e 27 cose sono uguali a 324 denari; e così questa questione si è ridotta a una delle tre regole composte, a quella cioè in cui censo e radici sono uguali a numero.

- **Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale**

**Incipiunt questiones eiusdem**

- Divisi in duas partes 12 et multiplicavi unam earum per 27; et quod provenit fuit equale quadrato alterius partis.

  - Ho diviso in due parti 12 e ho moltiplicato una delle due parti per 27; quel che è venuto era uguale al quadrato dell'altra parte.

censo e 27 cose uguali a 324

Passo 3: regola

$x^2+27x=324$

Dunque per procedere secondo quella regola moltiplica 13 + 1/2 , cioè metà radici, in sé, saranno 182 + 1/4 ; sommale con 324, saranno 506 + 1/4 , la cui radice trovata così fanne quarti, saranno 2025, e a questo numero trova la radice, sarà 45; dividila per la radice di 4, che sta sotto il segno di frazione, cioè per 2, verrà 22 + 1/2 , di questo estrai la metà delle radici, rimarrà 9 per la radice del censo che è una parte; a questa  arrivare a 12 manca 3, che è la seconda parte.

# •Uno sguardo oltre: le equazioni di terzo e quarto grado

• cubi, censi, cose e numeri

$$x^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

prima metà del 1500.

Scipione dal Ferro, il suo allievo Antonio Maria Fior,
Niccolò Fontana, detto Tartaglia
Gerolamo Cardano.

- 22 febbraio 1535 si tiene una sfida tra Tartaglia e Fior

- Tartaglia invia a Cardano i versi

## •Uno sguardo oltre: le equazioni di terzo e quarto grado

Quando che'l cubo con le cose appresso
Se agguaglia a qualche numero discreto
Trovan dui altri differenti in esso.
Dapoi terrai questo per consueto
Che'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose note.
El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottratti
Varrà la tua cosa principale.

# •Uno sguardo oltre: le equazioni di terzo $x^3 + px = q$

Quando che'l cubo con le cose appresso $x^3 + px$

Se agguaglia a qualche numero discreto $= q$

Trovan dui altri differenti in esso. $u - v = q$

Dapoi terrai questo per consueto

Che'l lor produtto sempre sia eguale $u \cdot v = \left(\frac{p}{3}\right)^3$

Al terzo cubo delle cose note.

El residuo poi suo generale

Delli lor lati cubi ben sottratti $\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$

Varrà la tua cosa principale. $= x$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}}$$

## •Uno sguardo oltre: le equazioni di terzo e quarto grado

• cubo, censi, cose e numeri

$x^3 + bx^2 + cx + d = 0$

• quadrato-quadrato, cubi, censi, cose e numeri

$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$

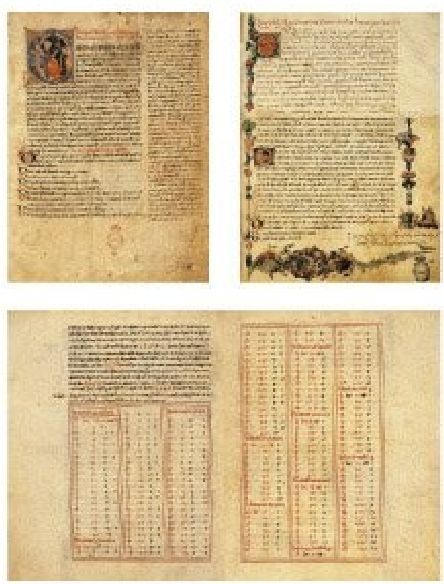
- 1545 Cardano pubblica nell'Ars magna la formula risolutiva delle equazioni di terzo grado.

- Ludovico Ferrari risoluzione, con radicali quadratici e cubici, dell'equazione generale di 4° grado, riducendola al 3° grado.

- Oltre ?

1799 Paolo Ruffini e nel 1828 il norvegese Niels Abel,

IL LIBER ABACI



Codici del Liber Abaci

IL

# LIBER ABBACI

DI

# LEONARDO PISANO

PUBBLICATO

SECONDO LA LEZIONE DEL CODICE MAGLIABECHIANO

C. I, 2616, *Badia Fiorentina*, n.° 73.

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

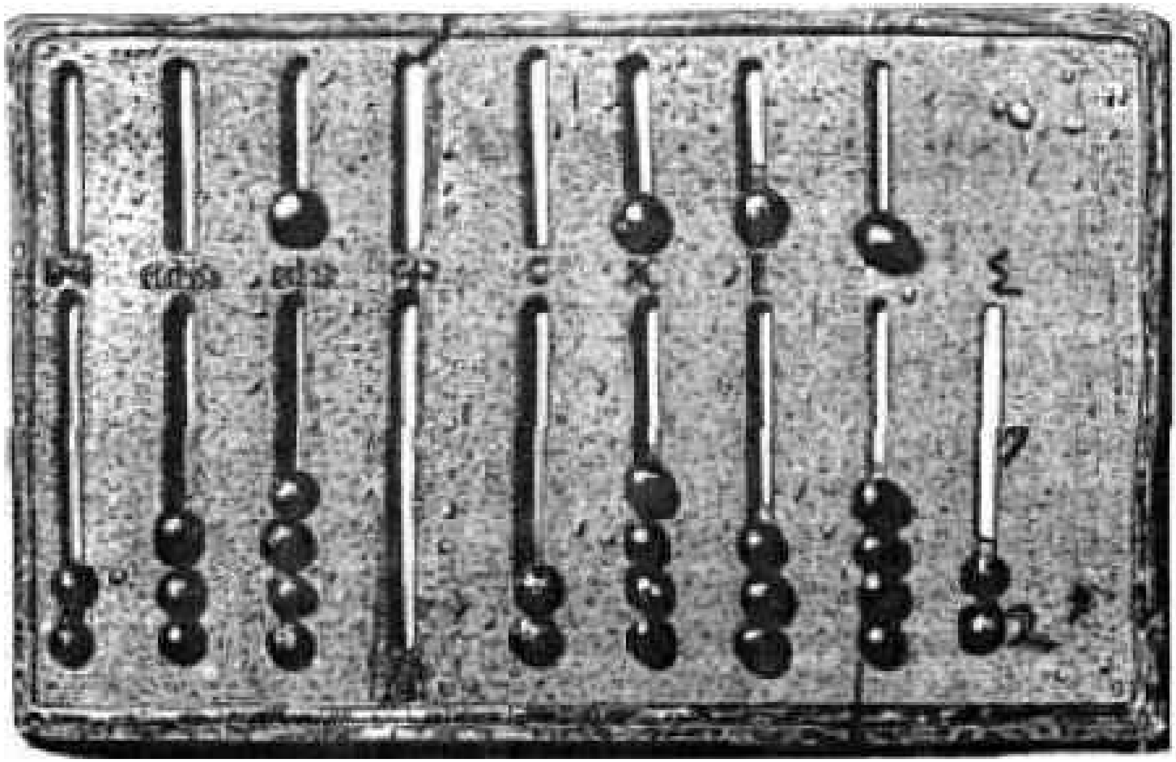
SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

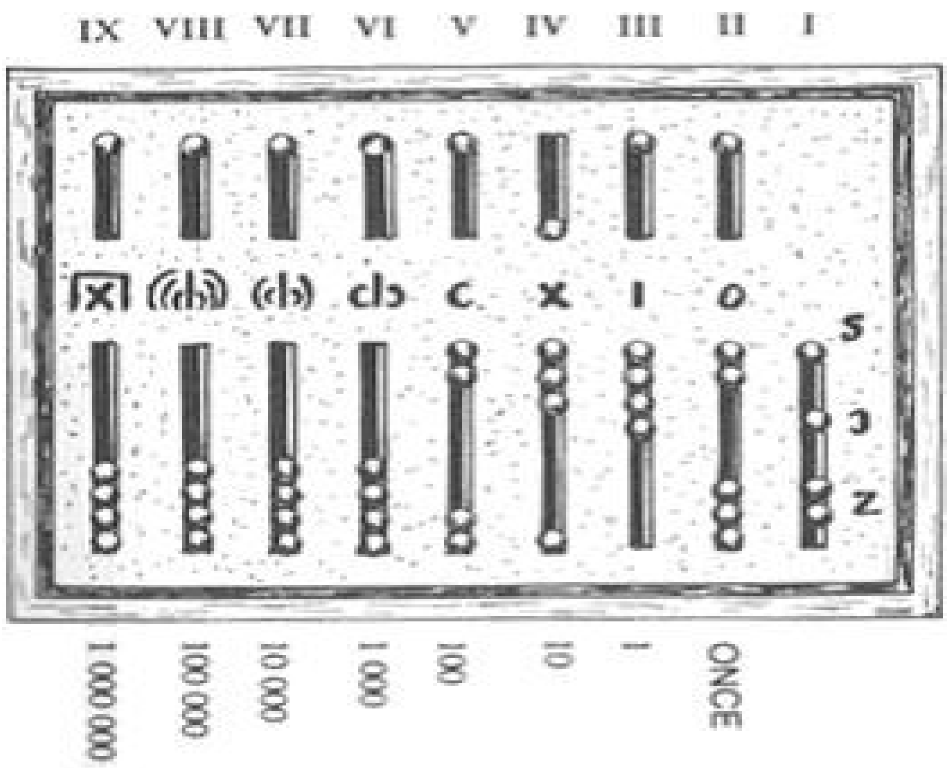
1857

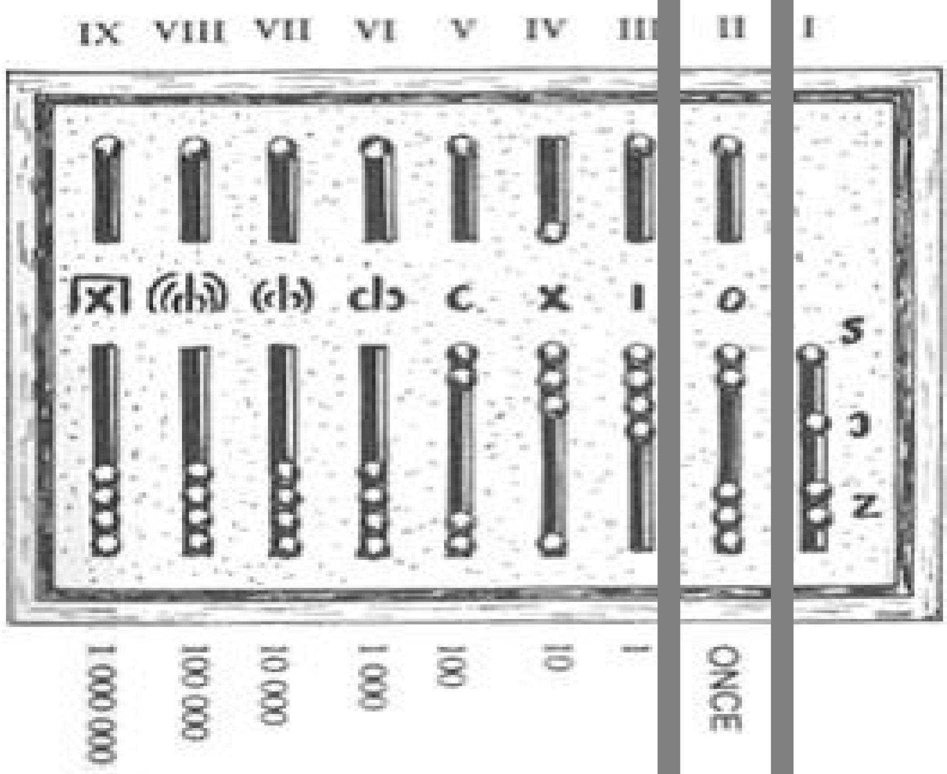
- **L'ABACO**

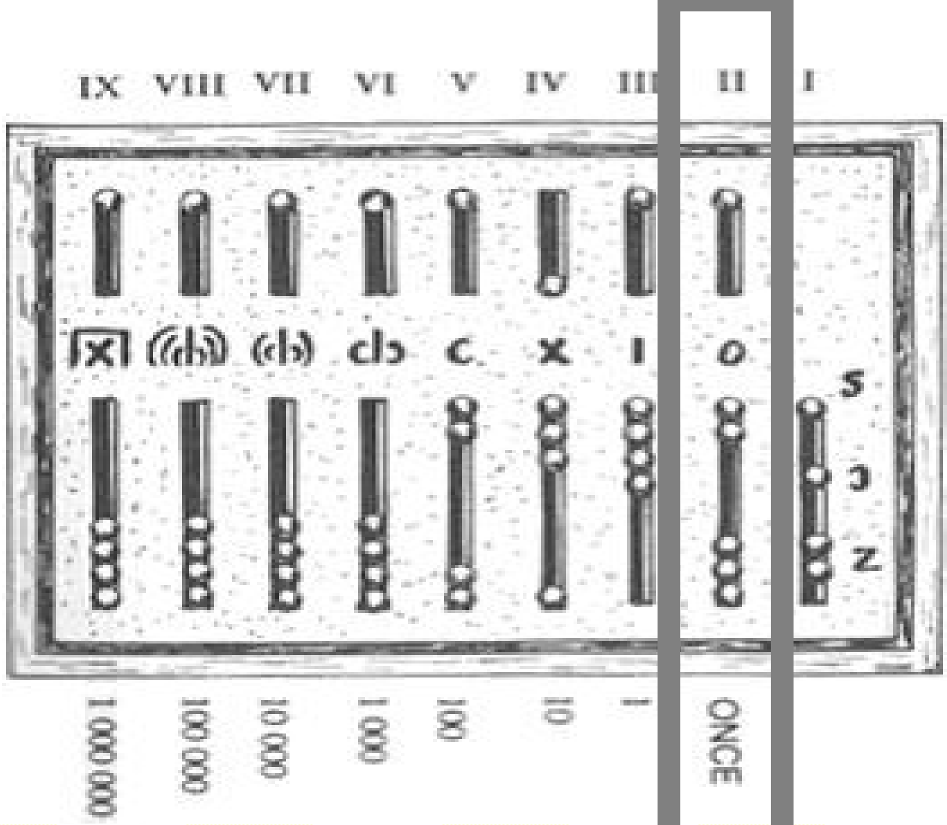
- **L'ABACO**

- **L'ABACO**

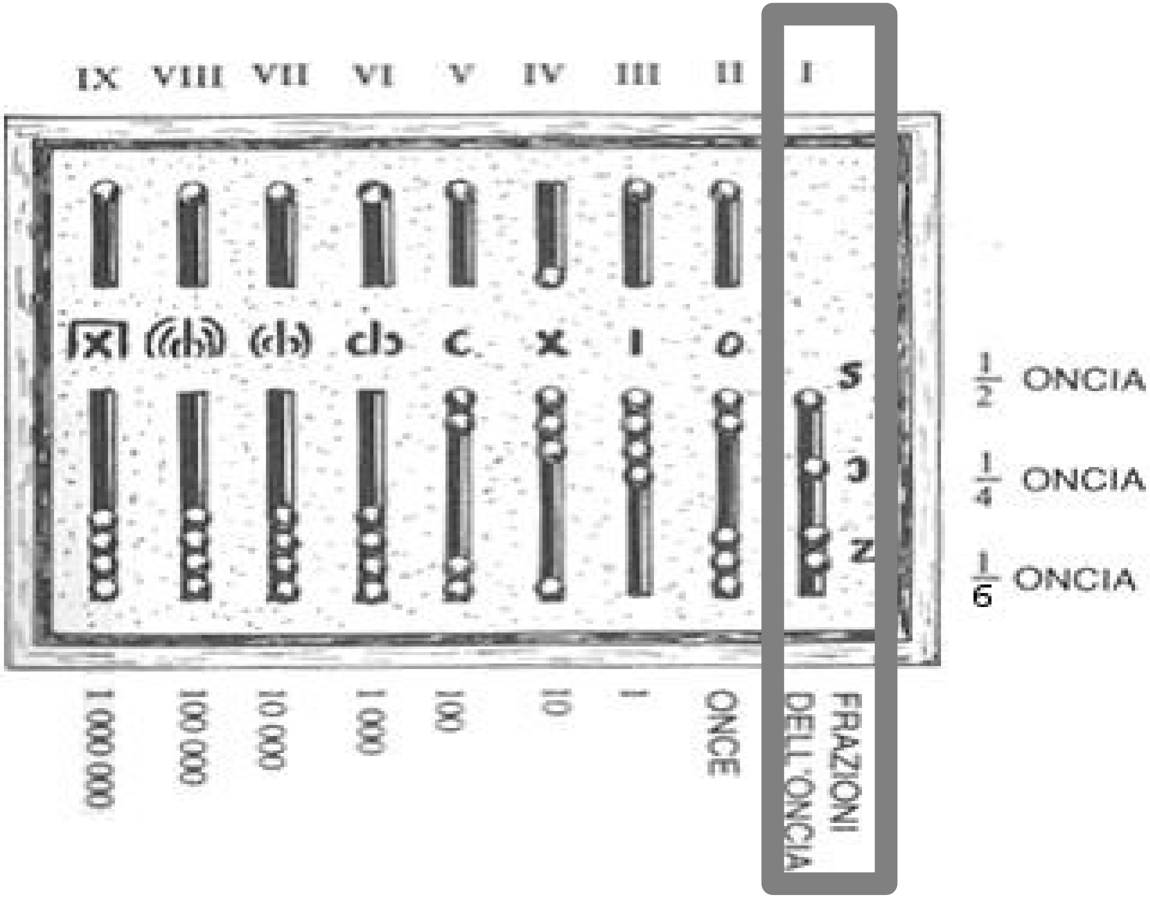



IX VIII VII VI V IV III II I
S
Z
1 000 000
100 000
10 000
1 000
100
10
1
ONCE


IX VIII VII VI V IV III II I
ONCE
1 000 000
100 000
10 000
1 000
100
10
1




| nome | valore | simbolo | etimo |
|---|---|---|---|
| *uncia* | 1/12 | · | |
| *sextans* | 1/6 | ·· | Un sesto |
| *quadrans* | 1/4 | ··· | Un quarto |
| *triens* | 1/3 | ···· | Un terzo |
| *quicunx* | 5/12 | ····· | Cinque once |
| *semis* | 1/2 | S | La metà |
| *septunx* | 7/12 | S. | Sette once |
| *bes* | 2/3 | S.. | Deu parti |
| *dodrans* | 3/4 | S... | Un quarto levato |
| *dextans* | 5/6 | S.... | Un sesto levato |
| *de unx* | 11/12 | S..... | Un'oncia levata |
| *as* | 1 | I | |




1/24 di asse: semuncia, semunciae (da semi + uncia). Simbolo: varianti di Σ.

1/48 di asse: sicilicus, sicilici.
Simbolo: Ɔ, un C. invertito

1/72 di asse sextula, sextulae (1/6 di un uncia), rappresentato da Ƨ, una S invertito, simile a un 2.

2/72 duella (o terzo di oncia)

L'asse, o più precisamente l'aes grave (o aes librale), fu la prima moneta romana. Il valore del bronzo che conteneva era legato alle unità di peso romane,

L'oncia (in latino uncia, plurale unciae), con un peso di circa 27 grammi, era la base del sistema duodecimale di sottomultipli dell'asse, con un valore pari ad un dodicesimo di questo e la marca di una piccola sfera.

Il sestante (in latino sextans) era il sottomultiplo pari ad un sesto dell'asse, quindi 2 once. Sul dritto della moneta era rappresentato Mercurio

Il quadrante (in latino quadrans, letteralmente "un quarto") era la frazione che valeva 1/4 di un asse e quindi 3 once, valore indicato dai tre globuli presenti sulle sue facce. Sul diritto veniva raffigurata la testa di Ercole, mentre il rovescio aveva la solita prora di galea.

Il triente (in latino triens, plurale trientes) era il sottomultiplo che valeva un terzo dell'asse, cioè 4 once. Il tipo più comune di triente aveva al dritto Minerva con quattro globuli

Il semisse (in latino semis, plurale semisses) era la frazione che valeva la metà di un asse, cioè sei once. Il suo valore era indicato da una 'S' sul retro che riportava anche l'immagine di una prora di nave, mentre sul fronte la moneta riportava l'immagine di Saturno.

- **L'ABACO**

## Orazio, *Ars poetica*

325 - 330

*Romani pueri longis rationibus assem*
*discunt in partes centum diducere. 'Dicat*
*filius Albini: Si de quincunce remota est*
*uncia, quid superat? Poteras dixisse.''Triens.' 'Eu!*
*Rem poteris servare tuam! Redit uncia, quid fit?'*
*'Semis.'*

Mentre ai nostri ragazzi s'insegnano lunghi calcoli
per dividere in centesimi un asse:
'A te, figlio di Albino: se da cinque once se ne
toglie una, cosa resta di un asse? Avanti, che lo sai...' 'Un terzo.' 'Bene,
saprai conservare il tuo patrimonio! E se invece aggiungi un'oncia, cosa ti viene?'
'Mezzo asse.'

- L'ABACO

## Orazio, *Ars poetica*

325 - 330

*Romani pueri longis rationibus assem*
*discunt in partes centum diducere. 'Dicat*
*filius Albini: Si de quincunce remota est*
*uncia, quid superat? Poteras dixisse.''Triens.' 'Eu!*
*Rem poteris servare tuam! Redit uncia, quid fit?'*
*'Semis.'*

5/12 – 1/12 = 4/12, cioè 1/3 di asse

●●●●

5/12 + 1/12 = 6/12, cioè 1/2 di asse

Mentre ai nostri ragazzi s'insegnano lunghi calcoli
per dividere in centesimi un asse:
'A te, figlio di Albino: se da cinque once se ne
toglie una, cosa resta di un asse? Avanti, che lo sai...' 'Un terzo.' 'Bene,
saprai conservare il tuo patrimonio! E se invece aggiungi un'oncia, cosa ti viene?'
'Mezzo asse.'