CONFÉRENCE FLORENCE

Mathématiques & Art

Art & Mathématique

Avertissement: Le texte qui suit est celui du contenu d'une conférence faite à l'Institut français de Florence le 7 Avril 2016, dans le cadre du mois florentin des mathématiques organisé par le professeur Enrico Giusti. Ce texte se compose de six parties: introduction, liens entre mathématiques et arts, symétrie et beauté, représentation, exemples, regards critiques. Chacune de ces parties pourrait être plus largement développée et complétée dans le futur.

Florence !

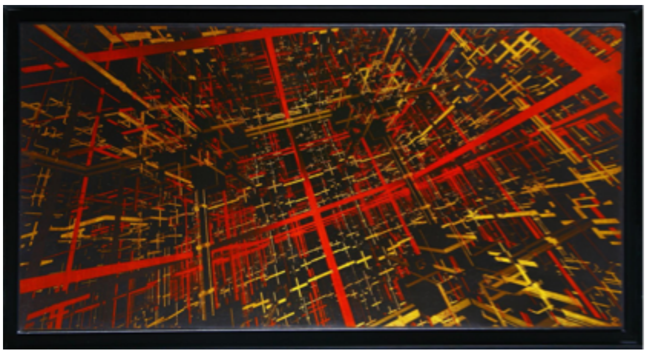
Quel lieu en effet est-il le plus adapté, le plus merveilleux pour évoquer les relations profondes que l'humanité, depuis l'aube, n'a cessé de tisser au fil des millénaires entre les mathématiques et les arts, Florence et la Toscane, au cœur de l'Italie, où sont nés cette étonnante pléiade d'artistes-mathématiciens du quattrocento, Brunelleschi, Alberti, Piero della Francesca, Da Vinci, ces grands humanistes qui ont contribué à asseoir le développement et le rayonnement de notre civilisation.

Les noms que je viens de citer sont les noms de peintres, mais naturellement tous les arts, et l'on peut même ajouter toutes les activités humaines, sont concernés par les mathématiques: toute activité d'excellence n'est-elle pas considérée comme un art ? Ne parle-t-on pas de l'art de la médecine, de l'art de la guerre, voire plus aimablement de l'art de la table[1] ? En rapport avec le contenu de la très belle exposition qui se tient via de Ginori, les illustrations de mes propos seront puisées dans le domaine des arts visuels, de la peinture en particulier. Faute de temps, je n'aurai guère la possibilité de les commenter. Sans doute à notre grand regret à tous, elles ne feront que défiler sous nos yeux.

Les relations entre mathématiciens et artistes remontent au moins aux temps anciens où l'on a conçu et décoré les premiers palais et tombeaux, les premières poteries. Elles ont connu des périodes singulièrement fastes, au quattrocento bien sûr, probablement et bien avant aux sixième et cinquième siècles avant notre ère avec les pythagoriciens, avec le peintre Agatharque qui signaient les décors du théâtre d'Eschyle, et les mathématiciens-philosophes Anaxagore et Démocrite qui ont commis des traités, aujourd'hui perdus, où la perspective mathématique aurait fait son apparition. Je passe sous silence les connexions entretenues jusqu'à la fin du Moyen Âge avec les nombres significatifs, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 et 17, les proportions qu'ils engendrent, les approximations de π et de racine de 2, les formes géométriques élémentaires auxquelles on peut associer ces nombres. Un livre est à écrire sur ce sujet.

Ces relations ont pris un nouvel et remarquable essor depuis la fin du siècle dernier, avec l'apparition des techniques nouvelles de communication et de représentation, et le développement considérable des mathématiques depuis deux siècles. C'est davantage dans cette modernité que nous allons entrer.

Le phénomène est d'ailleurs assez récent: nombre de mathématiciens, tout d'un coup échauffés, l'œil brillant, parlent aujourd'hui de la beauté de leur discipline, parfois de leurs théorèmes. Bien des gens s'en étonnent. Et beaucoup, parmi eux, pour le moins sceptiques, sourient gentiment à l'idée de liens assurés entre les mathématiques et les arts. Les publics pour qui les mots « perspective mathématique »



David Apikian. Fragmentation 1. 2012

[1] Si Florence a su avec fracas pratiquer autrefois l'art de la guerre, nous lui sommes redevables de n'avoir en aucune façon perdu la pratique de l'art raffiné de la table …Sur les relations entre mathématiques et pâtisserie voir par exemple http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/patisserie/PM1-2-3-4.pdf.

et « cubisme »

Cubistes : Chagall, Picasso, Ernst, Gris

*Traitez la nature par **le cylindre, la sphère, le cône,** le tout mis en perspective,*

Cézanne, 15 Avril 1904

font sens, sont bien sûr moins surpris. Ils partagent peut-être avec Aristote la même conception du beau, écoutons Aristote, l'essentiel de l'avenir de l'art est peut-être dans ces mots: *Les formes les plus frappantes du beau sont l'ordre, la symétrie, la précision; et ce sont les sciences mathématiques qui s'en occupent éminemment.*

Aristote *Métaphysique, Livre M, Chap. IV*

La curiosité aiguisée de ces mêmes publics souhaiterait peut-être davantage comprendre pourquoi ces liens existent-ils, de quelles manières ils se sont exprimés au cours de l'évolution de l'humanité.

Mais ces liens quels sont-ils ?

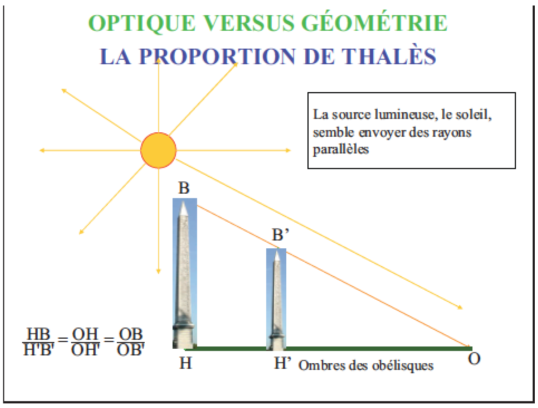
Je les ai classés pour ma part à l'intérieur de six chapitres. J'aborderai un peu le contenu du premier chapitre intitulé:

1. *La représentation.* Pourquoi l'on représente, que représente-t-on ?

Voici les titres des autres chapitres, très simplement illustrés par une ou deux images:

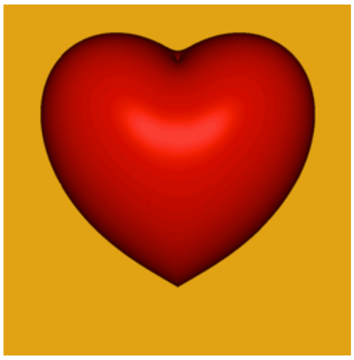
2. *Le rôle joué par le présence des phénomènes ondulatoires, l'infini multiplicité de leurs fréquences,* et pour ce qui concerne les arts visuels, *le rôle merveilleux de la lumière* qui nous fait voir la forme des objets, assure leur relief, et grâce à laquelle on a pu faire de la géométrie.

Georges de La Tour. Saint Anne avec l'Enfant Jésus, vers 1645 - 1650

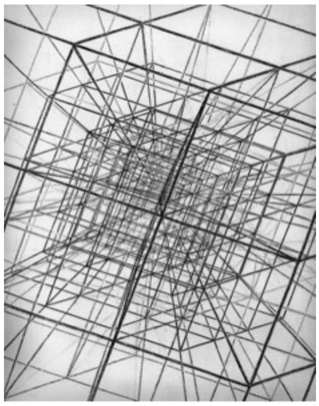


3. *Le souci de perfection et de finition.*

John Robinson (1935-2007)
Immortality (nœud de trèfle)

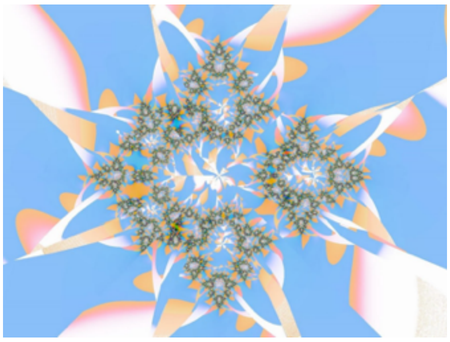


Tore Norstrand & Bruce
$(2x^2 + y^2 + z^2 - 1)^3 - 1/10\, x^2z^3 - y^2z^3 = 0$



Patrice Jeener
Pavage d'hypercubes

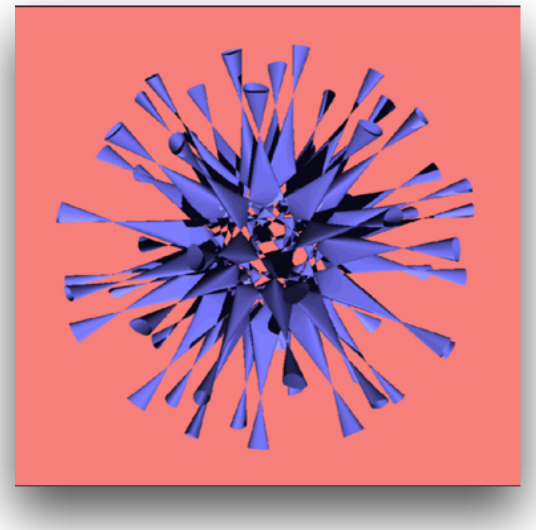
4. *L'inventivité et la fécondité* des artistes et mathématiciens.



Mikaël Mayer
oo(((0.3+1.28i)*(argch(arcsin(exp(x)))*x
/exp((3.16-2.44i)+y))+argsh(z^4-z^(z))*argch(z^-4))/2,6)*0.5

Fomenko
Le retournement de la sphère

Le Douanier Rousseau
Le lion ayant faim



$T8(x) + T8(y) + T8(z) = 0$ avec $T8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$.
Une surface de Chmutov (réalisée par Bruce Hunt) de degré 10 avec 345 points singuliers

Pour ce qui est des mathématiciens, la richesse de leur production est évidemment liée aux potentialités infinies qu'apporte l'infinité des nombres. Chacun se souvient de l'équation qui définit le cercle, une fois $x^2 +$ une fois $y^2 = R^2$. Cette équation suggère immédiatement l'équation plus générale p fois x^n + q fois $y^m = R^2$ où les nombres p, q, n et m sont quelconques. Cette simple équation p $x^n + qy^m = R^2$ définit une infinité de courbes traçables sur une feuille de papier. Pour paraphraser Shakespeare, avec peut-être sa permission : « *Il y a plus de choses sur la terre et dans les mathématiques, Horatio, qu'il n'en est rêvé dans votre philosophie* ».

5. *La singularité* de leur œuvres, leur originalité et leur pertinence qui les rendent si attirantes et si importantes.

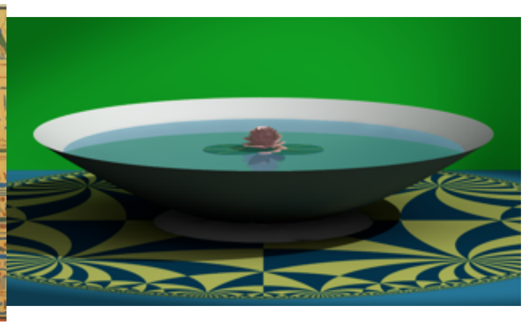
S. Dali. Cygnes réfléchis en Éléphants. 1937

Quatre tableaux de Dali
L'un des meilleurs peintres du XXe siècle qui se sont intéressés aux mathématiques

6. *L'universalité* de ces œuvres:

Grotte Chauvet (-30 000)

L'Offrande de Ramsès
au dieu Ptah-Sokar-Osiris et à la déesse Isis



Bruter-Leys
Vase hyperbolique posé sur un naperon hyperbolique

Les théorèmes sont vrais dans tout l'univers, et si on exposait la Joconde sur Mars, tous les martiens ne manqueraient pas d'accourir pour l'admirer. On notera toutefois l'universalité relative des œuvres d'art, l'humanité et toutes ses œuvres peuvent disparaître à la suite d'un cataclysme quelconque, alors que les théorèmes de mathématiques ne s'effacent pas en tant que vérités intemporelles. Ces vérités restent immuables au centre de la terre, à l'intérieur du soleil et même au plus profond des trous noirs.

Brièvement, pourquoi ces liens existent-ils ? Simplement parce que les raisons à l'origine des démarches de l'esprit pour nous, des comportements en général, sont communes à tous les mathématiciens et artistes, et au delà à tous les hommes, à tous les êtres vivants. Pour bien s'en rendre compte et s'en convaincre, il faut revenir aux données premières de la philosophie naturelle.

Les concepts d'énergie, de changement, de stabilité sont à la base de cette philosophie. Pour ce qui est de ce dernier terme, la stabilité, on doit à Platon d'avoir énoncé ce principe simple, d'une portée immense mais encore mal appréciée, et que je formulerai en ces termes: « *Tout objet de la nature s'efforce de persévérer dans son Moi à travers l'espace et dans le temps* ».[2] À ce concept de stabilité sont associés, comme corollaires en quelque sorte, ces deux autres notions importantes que nous avons entrevues, celle de représentation (qui renvoie à Platon, le mythe de la caverne) et celle de symétrie (énoncée par Aristote).

L. Da Vinci. Annunciazione. 1475-1480

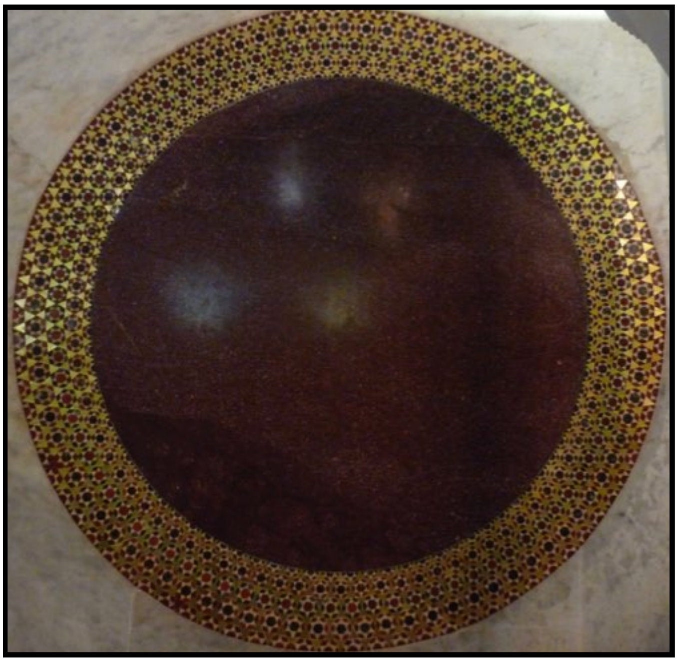
---

[2] On trouvera dans la première partie (http://arpam.free.fr/DP.pdf) du tome 1 de « Topologie et Perception » une première formulation de ce principe. Spinoza semble être le seul philosophe qui ait repris l'affirmation de Platon et en ait compris l'importance. Les traductions du texte de Platon utilisent l'expression « persévérer dans son état », celles de Spinoza « persévérer dans son être ». Spinoza fait un usage incomplet de Platon qui ajoutait « mais il ne le peut que par la reproduction ». Qu'entendaient exactement Platon et Spinoza dans les termes qu'on nous propose, « état » pour Platon, « être » pour Spinoza ? J'utilise pour ma part l'expression de « persévérer en son moi »: elle implique la nécessité éventuelle d'une transformation de l'état et de l'être, en fonction notamment de l'évolution des circonstances et données environnementales de toute nature, extérieures comme intérieures.

Un mot d'abord sur l'universalité de la symétrie[3].

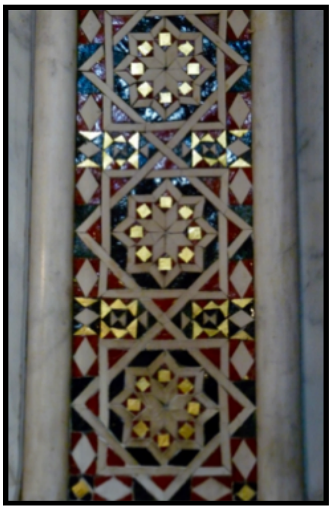
Les objets, les formes, les décors au sein desquels les unes et les autres sont insérées, n'ont d'existence que parce qu'ils présentent des propriétés de stabilité, une stabilité définie et assurée par l'équilibre des forces internes en présence. Deux telles forces qui s'équilibrent sont d'égale intensité mais orientées en sens contraire; on les dit symétriques. Le jeu équilibré des forces internes imprime à l'objet sa forme, induit la création et l'apparition de lignes de forces singulières se présentant à nous sous l'aspect d'axes de symétrie. Il définit également les valeurs des proportions, des rapports métriques, qu'entretiennent entre elles ces différentes directions. La simple apparence donc des symétries que présente un objet est une expression de sa stabilité, c'est-à-dire de son existence, et par conséquent de la possibilité de le représenter.

Toute représentation est ainsi sous-tendue par des symétries, plus ou moins cachées à l'observateur, plus ou moins difficiles à mettre en évidence, plus ou moins apparentes. Dans les œuvres d'art, les symétries peuvent être introduites de manière spontanée par l'artiste, ou de manière raisonnée et systématique comme dans les œuvres décoratives en particulier.

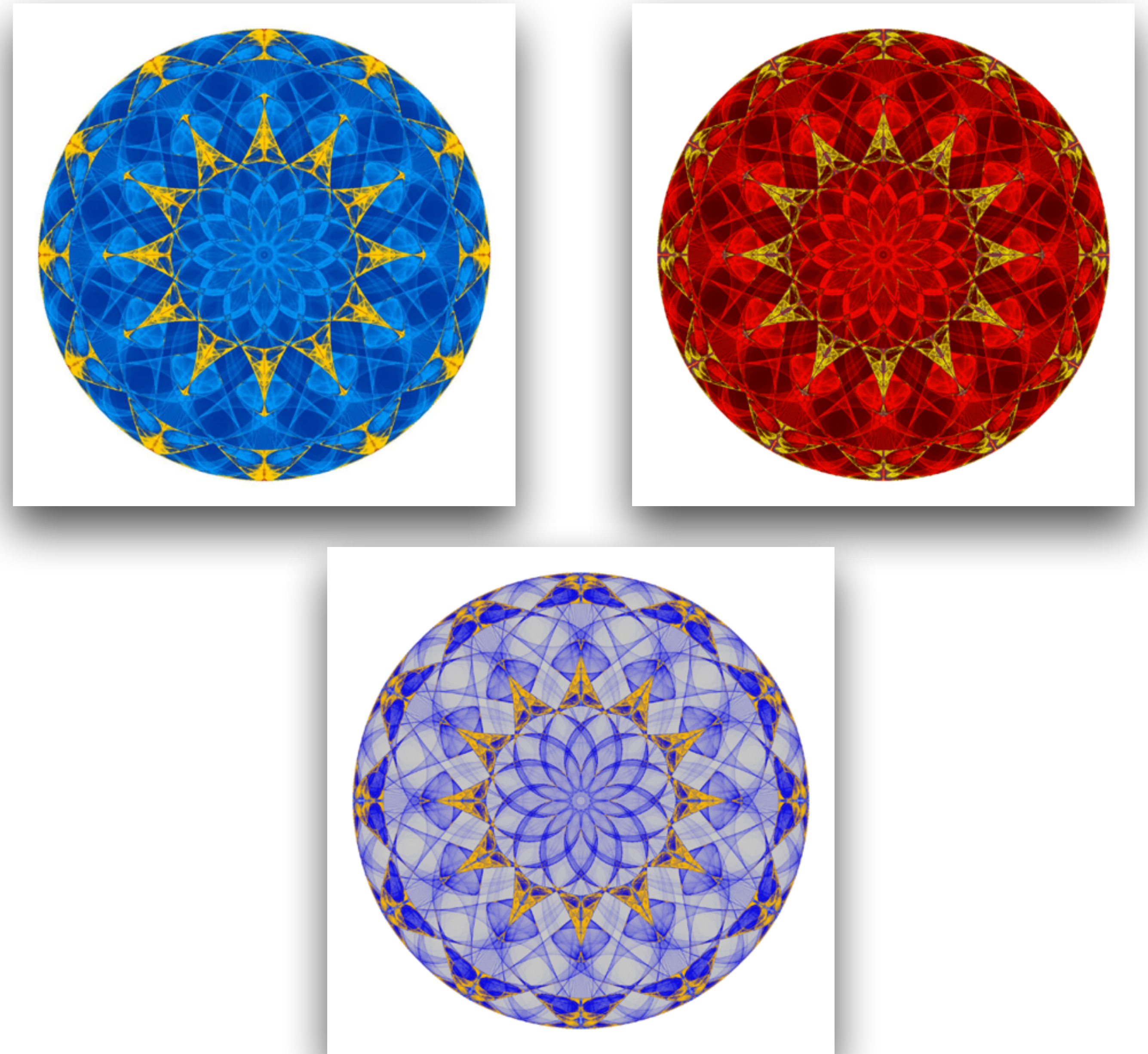


Chapelle Palatine, Palerme. Décor mural. Vers 1135

[3] La question de la symétrie est ici abordée seulement dans son aspect statique (« L'inanimé précède l'animé » selon Aristote et selon une certaine apparence). Prendre en compte le mouvement conduit à introduire les phénomènes de rupture de symétrie, de bifurcation, à prendre en considération leurs manifestations dans les mécanismes et techniques de représentation et de création.



Mosaïque murale, Cathédrale de Monreale, vers 1175



Mike Field. Rosaces européennes. 2010

Ces symétries, les mathématiciens les ont abondamment étudiées, les physiciens les ont abondamment utilisées dans leur étude de l'univers des cristaux et pour la classification des particules élémentaires. Un outil classique de leur étude est la théorie dite théorie des groupes. C'est à l'aide de cette théorie que les mathématiciens construisent les pavages du plan et des espaces, pavages que nous rencontrerons tout à l'heure. Les éléments de ces groupes représentent des transformations qui, chacune, peut aller dans un sens ou dans son opposé. Autrement dit tout élément d'un groupe de transformations admet un symétrique. Prenons les nombres entiers. Je fais un pas en avant, il est représenté par un dessin, le dessin 1 qu'on appelle un chiffre. Je fais un pas en arrière, représenté par le dessin appelé - 1. Je peux faire un pas en avant, un pas en arrière et revenir ainsi à mon point de départ, zéro. Mes pas, je les appelle des translations (rectilignes), car je translate mon corps. L'ensemble de ces pas, de ces translations rectilignes, de ces dessins, de ces nombres, des mots différents mais qui fondamentalement représentent toujours la même chose, a la structure de groupe: on peut additionner des petits pas pour créer de très grands pas, et tout pas, petit ou grand, admet un opposé, un symétrique. De même que cet ensemble des translations, celui des rotations (ou transactions circulaires) a également la structure de groupe. Un théorème général est en rapport direct avec les éléments de ces groupes, et, entre autres, avec le travail manuel des artistes. C'est celui d'Aristote-Liouville selon lequel tout mouvement local[1] est la combination d'une translation locale et d'une rotation locale: ce sont exactement les mouvements que font le dessinateur, le peintre, le sculpteur, le violoniste quand ils exécutent une œuvre.

Aristote, on l'a vu, associait beauté et symétrie. Un objet est doté de beauté lorsque ses caractéristiques, notamment structurales, éveillent le sourire de l'intelligence, apportent la détente de l'esprit, et le bienfait au corps. Lorsque en effet nous voyons un objet s'établit une sorte de résonance entre les deux structures, celle de l'objet et la nôtre. Nos propres symétries font alors écho aux symétries de l'objet. Leur présence et l'impression de solidité qu'elles donnent, éveillent en nous un ressenti, celui de nos propres symétries, de nos propres équilibre interne et stabilité. Dans les cas heureux, ce ressenti s'exprime sous la forme d'un subtil sentiment d'harmonie intérieure, de satisfaction que nous exprimons par une joie plus ou moins discrète, associée à une forme d'affect, d'émotion que nous appelons beauté.

Pour l'essentiel, nous qualifions de Beau ce qui entre en résonance positive avec la structure de notre être, et contribue assurer la stabilité spatio-temporelle de notre personne, de manière directe ou à travers celle de notre entourage.[2]

---

[1] Un nombre est une représentation instantanée d'un mouvement local. Voir à ce sujet: « Du nouveau du côté des nombres », Quadrature, 66, 2007, 8-14 (http://arpam.free.fr/Du%20nouveau%20...%20Quadrature.pdf).

[2] Le laid est au contraire ce qui altère notre stabilité. On comparera ce point de vue partiel sur le Beau avec ceux qui ont été énoncés depuis Vitruve, et notamment tout au long du Moyen Âge. Voir par exemple l'ouvrage d'Umberto Eco que je viens de découvrir: « Art et beauté dans l'esthétique médiévale ».

On notera, en art visuel, la présence générique et première de la symétrie verticale qui renvoie à celle notre corps dans sa position habituelle le jour, la présence générique secondaire de la symétrie horizontale: elle renvoie à la position habituelle de notre corps la nuit, mais aussi, décalée vers le haut, à la symétrie définie par les bras tendus horizontalement entre ces deux centres nerveux vitaux que sont la tête et le ventre.

Abordons maintenant le thème important de la représentation

Pour maintenir notre stabilité spatio-temporelle, nous avons besoin en premier lieu d'alimenter notre corps en énergie[3]. Pour cela, nous devons être capable de reconnaître la présence autour de nous de cette énergie assimilable, également de tout ce qui peut nous en priver. Pour ces raisons évidentes, se sont développés d'abord, notamment en nous-mêmes, des mécanismes et des outils de représentation de nos environnements. On peut considérer l'activité de représentation comme l'une des activités essentielles de l'être biologique.

Chacun développe, avec des moyens qui lui sont propres, plus ou moins riches, des représentations plus ou moins affinées de son entourage. Représentations d'abord internes, externalisées ensuite.

Quels éléments aura-t-on tendance à représenter en premier lieu ? Le choix reflète ou même est dicté par la manière stratifiée dont le monde naturel est organisé, dicté également par l'importance ressentie des effets que peuvent avoir sur notre stabilité les élément de ce monde. Or celui-ci repose d'abord sur une strate physique, solide, stable, sur laquelle s'est construite ensuite et se déploie la strate chimio-biologique, laquelle se déploie à son tour en strates plus élevées. On remarquera que le livre de la Genèse présente déjà les prémisses de cette architecture de l'univers. La strate fondamentale sur laquelle tout repose est la strate physique. C'est elle qui requiert l' attention première, que l'on aura tendance à représenter spontanément, tant par les objets qu'on y rencontre, que par les types de déplacements et d'évènements qui s'y produisent, comme par exemple les chocs. C'est à ce niveau du fondamental, du substrat physique de leur environnement que les représentations des artistes et des mathématiciens sont les plus proches.

Ce qu'on appelle en effet la mathématique est une construction à étages de représentations. Au bas de l'édifice se placent, dans un langage descriptif particulier, les représentations simplifiées des objets et des mouvements du monde physique. C'est la raison pour laquelle on peut considérer la mathématique comme une physique abstraite. Aux étages successifs se situent des représentations plus synthétiques des contenus des étages inférieurs. Je vais m'arrêter un instant sur cette activité de représentation dans le monde mathématique.

---

[3] Sur le concept d'énergie, on pourra consulter: « Energie et Stabilité » (http://arpam.free.fr/ES.pdf)

En art, la qualité de la représentation contribue à sa gloire, elle est liée à l'outil utilisé, la maîtrise qu'on en possède. Il en est de même en mathématiques. Aux étages différents de l'édifice, la représentation porte des noms divers mais qui fondamentalement remplissent tous la même fonction: faire apparaître les caractères et les propriétés essentiels de ce qui est observé, ressenti, deviné, et que l'on veut montrer. Les termes utilisés par les mathématiciens sont celui parfois effectivement de représentation, mais plus fréquemment ceux de projection, de fonction, d'application, de morphisme, de foncteur. En mathématiques, davantage la représentation est abstraite, plus elle gagne en pouvoir de généralité et de pénétration.

Revenons au niveau zéro de la construction. Les mathématiciens y dressent les catalogues des formes, étudient leurs propriétés, les moyens de les construire, comment elles s'assemblent. C'est à ce niveau que arts et mathématiques se rencontrent en premier lieu, que les interactions entre les deux familles sont les plus fortes et les plus fécondes.

Des exemples

Une manière dont on a imaginé la genèse du monde physique est représentée dans ces deux mosaïques du 12-ième siècle; la présence des mathématiques y est évidente par la symétrie et les formes standard qui apparaissent.

Cathédrale de Monreale.
Création du ciel et des océans

Chapelle Palatine. Création du soleil,
de la lune et des étoiles

Je leur fais suivre ces reproductions de deux tableaux de Monet, peints 8 siècles plus tard, où l'on voit d'abord les même données physiques que dans les mosaïques précédentes: le ciel, la mer, le disque solaire, la ligne d'horizon qui définit la symétrie horizontale ici légèrement décalée vers le haut, la symétrie verticale également décalée associée à la position du soleil et à son mouvement.

Monet. Impressions :Soleil Couchant (1880) & Levant (1872).

Les deux gravures sur ivoire suivantes, trouvées près du lac Baïkal, ont environ 18 000 ans d'âge.

Gravures sur ivoire trouvées près du lac Baïkal. -16 000

Ces œuvres sont emblématiques. Elles portent en elles de manière potentielle et symbolisent[4]: sur le plan artistique toute l'histoire et le contenu du décor, sur le plan physico-mathématique toute l'histoire et le contenu des recherches menées sur la description des mouvements, et sur les manières dont la Nature remplit l'espace.

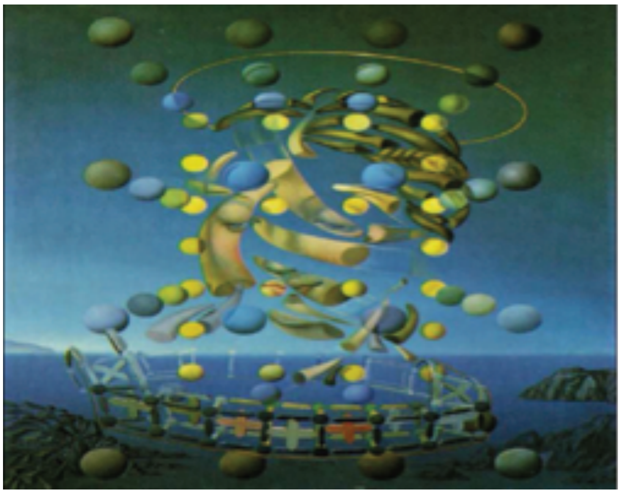
Un millier d'œuvres peut-être ou davantage pourraient être associées à ces gravures. Les mots « Spirales, Pavages », qui les caractérisent pourraient servir de titre à leur catalogue. Ils désignent chacun un universel de la décoration.

---

[4] Voir également sur ce thème les Conférences Saverne (http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/ConferenceSaverne.pdf) et Étampes (http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/Etampes/etampes_2_reduit.pdf)

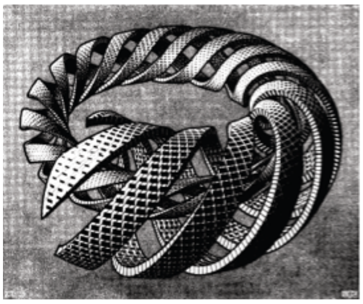
Pour des raisons évidentes de place, seules ces neuf images illustreront le monde si étendu des spirales:

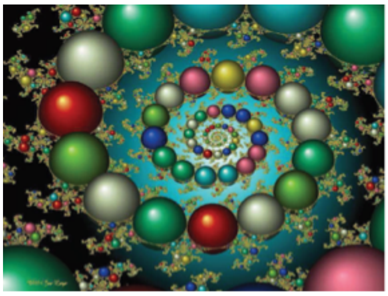
égyptienne grecque, suédoise

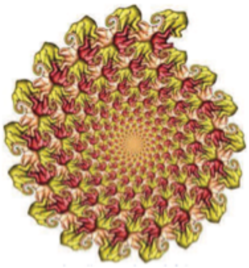


Van Gogh Dali

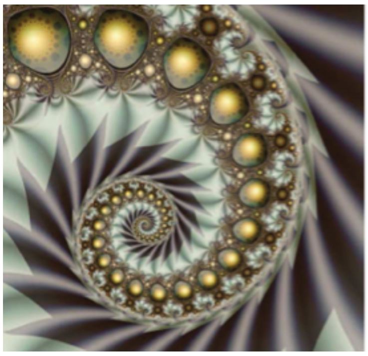
Escher







http://www.polytess.info



Leys

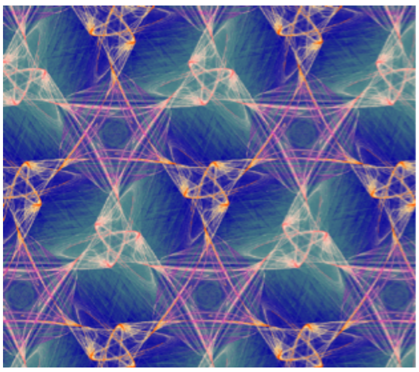
Colonna

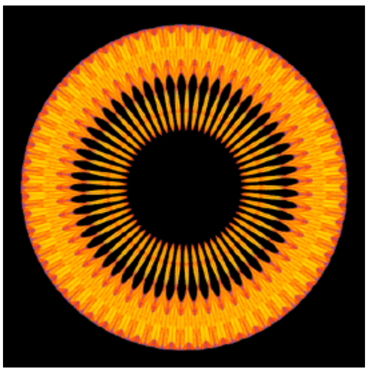
Les images suivantes illustreront le monde des pavages dans différents domaines du plan, c'est-à-dire les remplissages de ces domaines, sans laisser de vide, par des motifs qui ne se chevauchent pas. Les pavages les plus élémentaires sont faits avec des triangles équilatéraux ou des carrés pour motifs.

Egypte

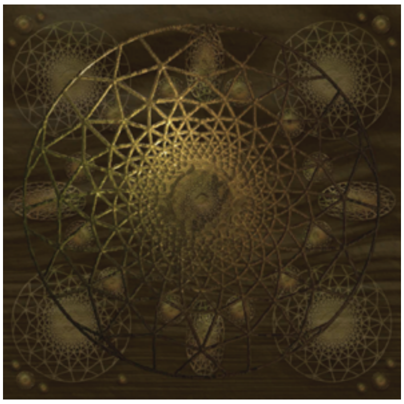
Armerina (Sicile)

Montreale (Sicile)

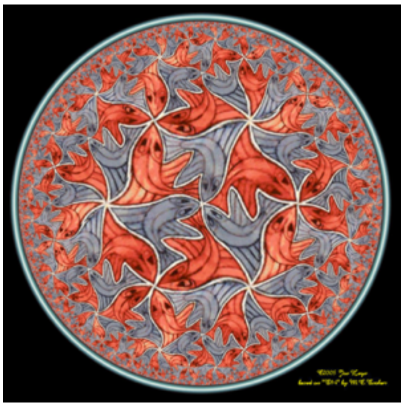




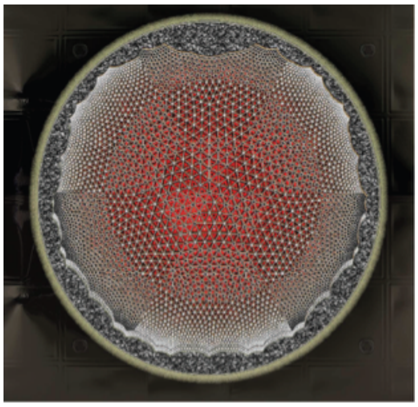
Pavages de Mike Field



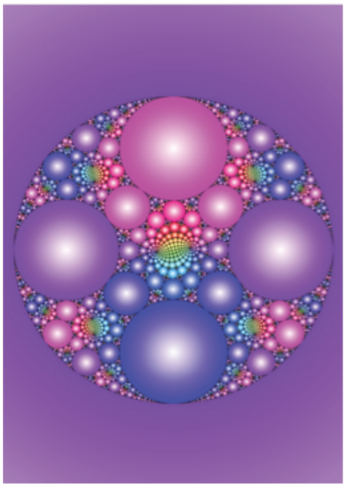
Constant



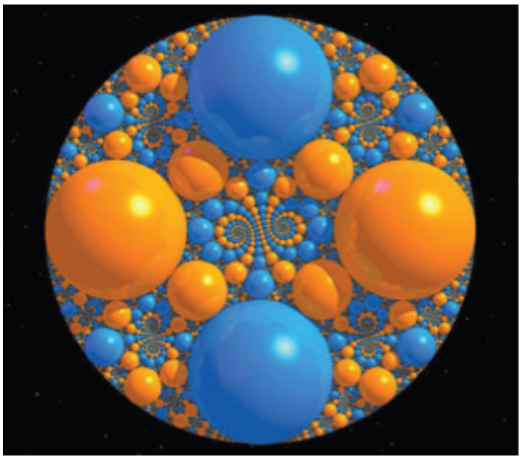
Escher/Leys



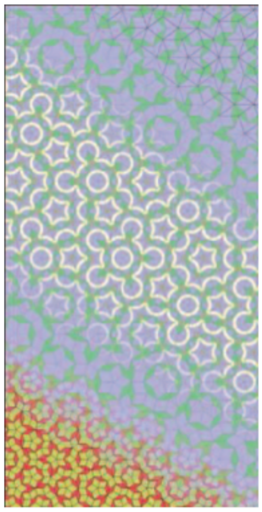
Constant



Wright



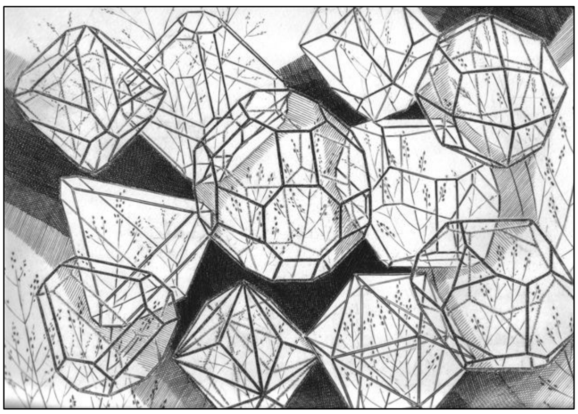
Leys



Austin-Casselman-Wright

Ces neuf derniers pavages témoignent des très grands progrès récents faits par les mathématiques.

Le problème des pavages du plan est un cas particulier d'un problème plus général, inspiré par l'observation de la strate physique en particulier où des particules identiques, comme par exemple les cristaux dans la matière ou les photons, peuplent l'espace ordinaire.



P. Jeener. Le système cubique

On peut penser que l'observation des cristaux a contribué au développement de l'étude des polyèdres. Les mathématiciens grecs, puis ceux du quattrocento, ont entrepris cette étude avec succès. La pureté et l'équilibre des formes des polyèdres réguliers dans leur structure, leurs liens avec ces nombres magiques, 3, 4, 5, n'ont cessé de séduire bien des mathématiciens et artistes. Témoignent de cette séduction ces deux tableaux, peints à six siècles d'intervalle:

Jacopo de Barbari. Portrait de Luca Pacioli. Vers 1500
Dodécaèdre à droite, magnifique rhomicuboctaèdre à gauche

« Still Life with Platonic Solids »

« Still Life with Geometry »

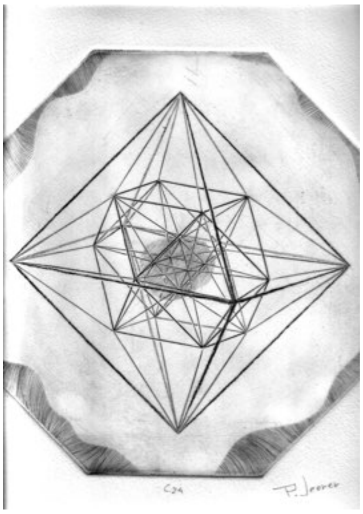
Sylvie Donmoyer

Les deux artistes Dali et Fomenko que nous avons rencontrés, ne se contentent pas de montrer des formes mathématiques. Dans leurs œuvres, les expressions de leur sensibilité, la présence humaine sont manifestes. Cette présence est également très marquée dans la célèbre gravure de Dürer, *Melancolia* (1514). La richesse de son contenu, les interrogations qu'elle soulève sur les intentions de son auteur fascinent encore aujourd'hui comme le révèlent ces deux tableaux récents: celui de Donmoyer contient en arrière-plan une copie de la gravure de Dürer, celui de Fomenko en reprend certes la structure, et s'il conserve le polyèdre, modifie et enrichit le contenu mathématique de la gravure originale, lui apporte de nouvelles significations.

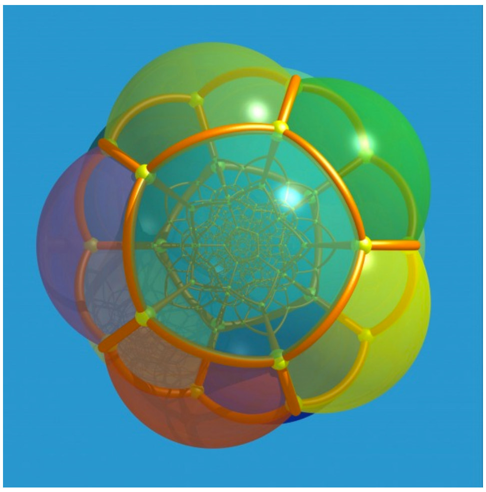
Fomenko. Anti-Dürer.1975

Donmoyer. Nature morte au carré magique. 2012

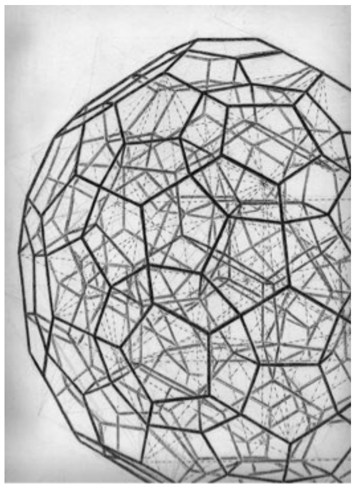
La théorie des polyèdres est bien développée aujourd'hui, y compris les espaces à plusieurs dimensions, conduisant alors à des images au contenu beaucoup plus complexe que celles qui précèdent.



Jeener. C24



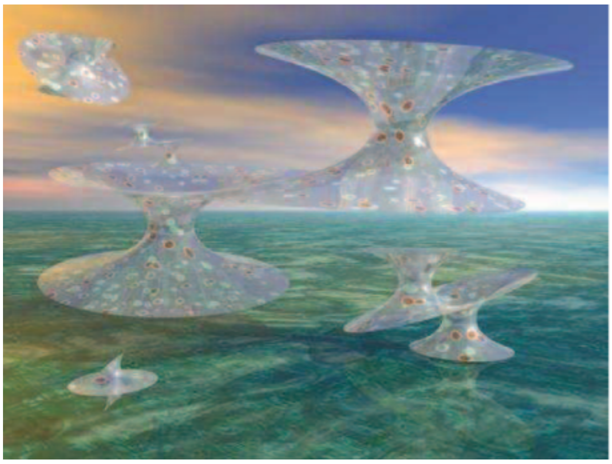
Leys .C120



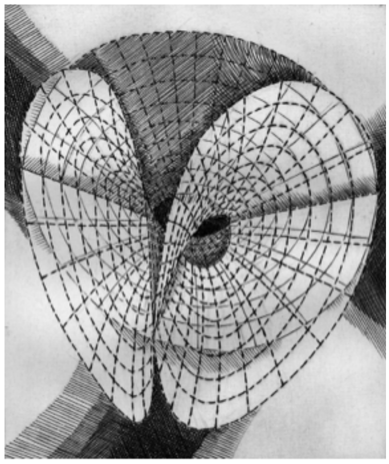
Jeener. C120

Mais il n'y pas, en mathématiques, que les polyèdres, les cônes, et les sphères. Depuis la fin du 18e siècle, et particulièrement à partir du 19-ième, l'étude des formes a évolué dans plusieurs directions. Chaque direction porte un nom précis et nous dirige vers un bâtiment, en terme architectural une folie, où se trouvent exposées les œuvres associées au nom que porte le bâtiment, lequel sert de musée et de lieu pédagogique. On retiendra ici les quatre directions et noms suivants: surfaces minimales, géométrie algébrique, trajectoires des mouvements, topologie.

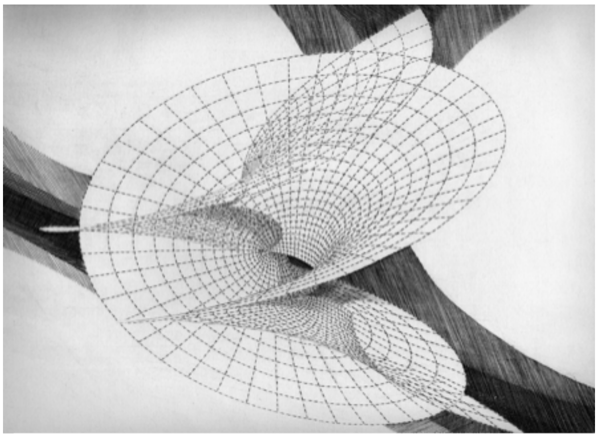
Dans la folie intitulée « Surfaces Minimales », sont exposées des œuvres associées à des formes dont les propriétés sont dictées par des impératifs physiques généraux, comme minimiser la dépense d'énergie pour les créer. Voici quelques-unes de ces œuvres:



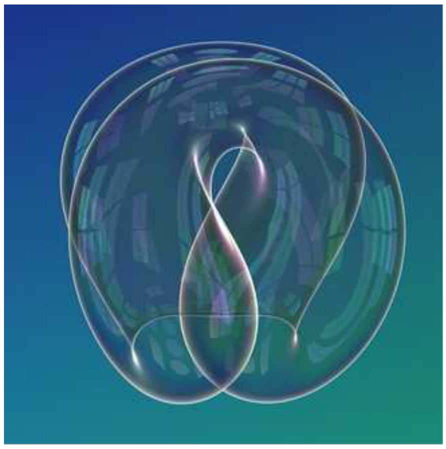
Auteur non connu d'Indiana University. Caténoïdes



Jeener. Surface minimale à la chouette



Jeener. Surface minimale à la cycloïde



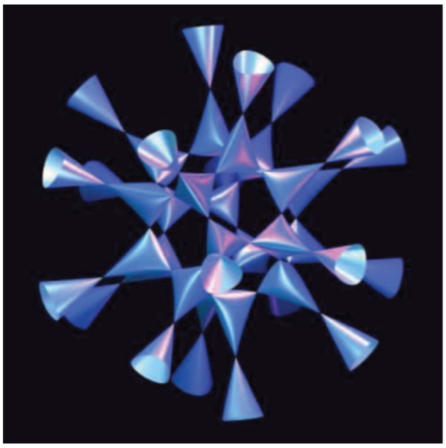
Sullivan. Surface de Willmore

Dans la folie « Géométrie Algébrique », on découvre des œuvres matérialisant des objets définis par des équations polynomiales, comme par exemple les équations définissant la surface de Chumtov (la position de chaque point d'un objet, repérée par des valeurs particulières *x*, *y*, *z*, *t* etc, vérifie un ensemble d'équations où apparaissent des puissances des variables x, y, z, t …correspondantes).

H. Hauser

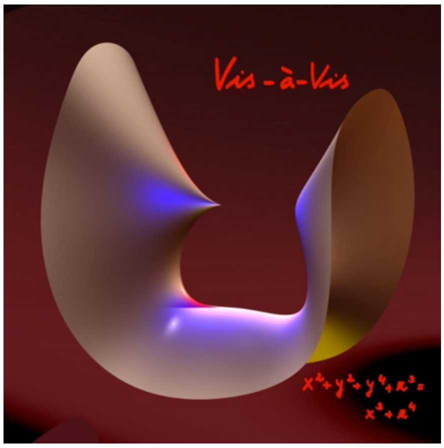
(x^2*x^2y+x^3*y^2)+(x^4*y-10*x^4*y^3+y^3)^2-z^2*((x^2+y^2+z^2-9)*(b-x^3*y^2*z^3))=0

H. Heinrich



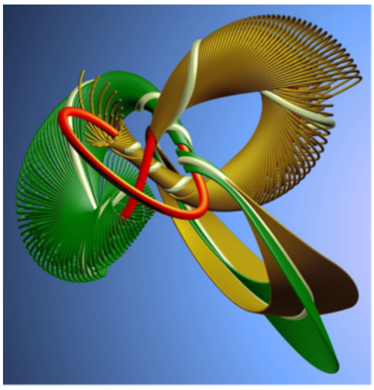
$$4(\Phi^2x^2-y^2)(\Phi^2y^2-z^2)(\Phi^2z^2-x^2)-(1+2\Phi)(x^2+y^2+z^2-w^2)^2\, w^2 == 0$$

B. Hunt

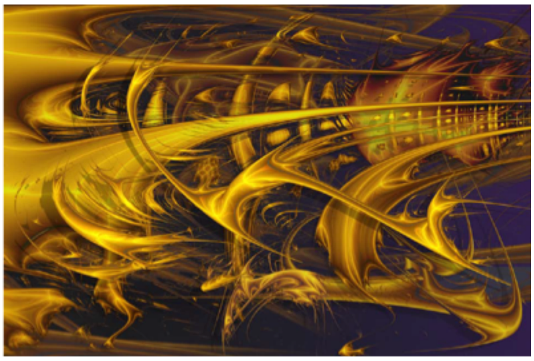


H. Hauser

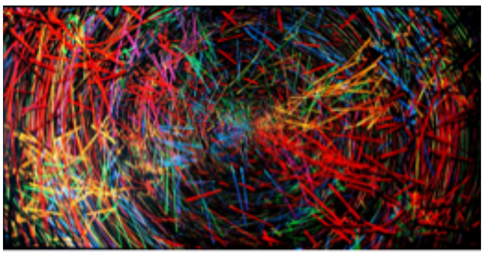
Dans la troisième folie, sont exposées les œuvres résultant de l'étude des équations décrivant les trajectoires d'objets en mouvement, l'évolution de leurs propriétés,



Jos Leys. Trajectoires autour d'un attracteur rouge en forme de nœud de trèfle



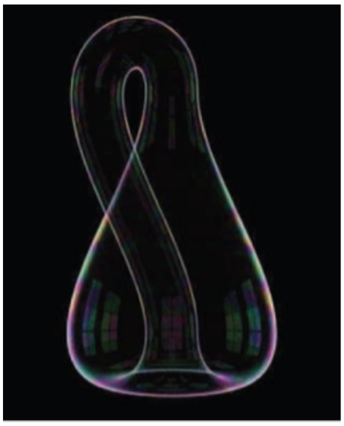
Luc Benard. Cuivre et ors, symphonie concertante



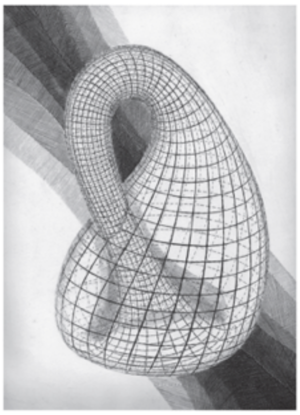
David Apikian. Lignes de force et de mouvement

Dans le dernier bâtiment, on rencontre les représentations d'objets étranges créés dans le domaine de la topologie, domaine où l'on se défait de certaines contraintes du monde habituel, on se moque notamment des conditions métriques, de distances, ce qui rend les objets déformables à souhait, et en autorise des représentations différentes. L'exemple standard est celui de la fameuse bouteille de Klein,

Banchoff

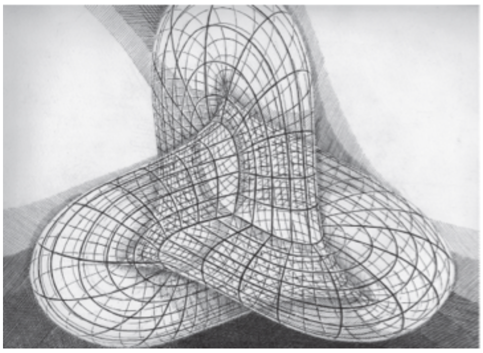


Sullivan



Jeener

ou encore celui de la célèbre surface de Boy: la gravure de Patrice Jeener en montre une représentation classique,



Patrice Jeener

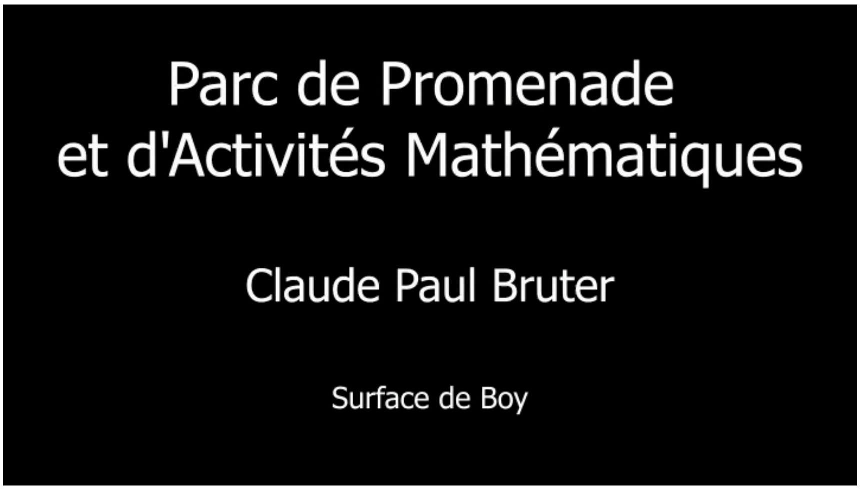
le tableau de Bénard (en haut à droite) également:

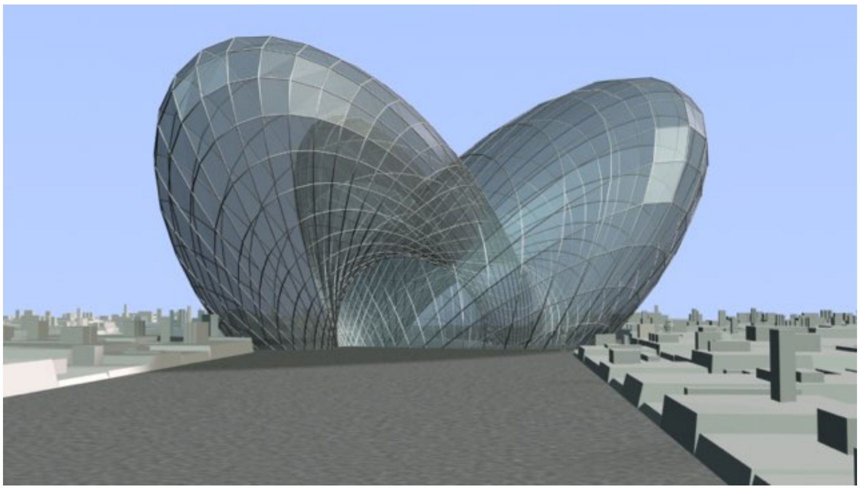
Luc Bénard. Haut Gauche et Bas Droite, deux surfaces minimales.
Bas Gauche: bouteille de Klein, Haut Droite: surface de Boy
Milieu: surface de courbure -1 associée aux ondes solitaires

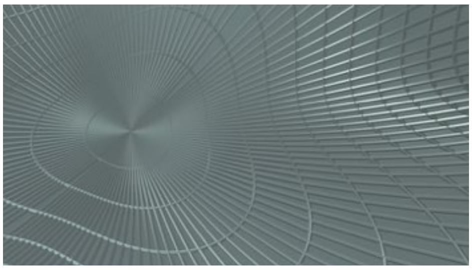
En voici une matérialisation en fil de fer,

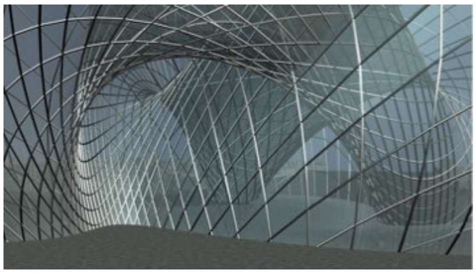
François Apéry. Surface de Boy fibrée en ellipses

et finalement cette même configuration transformée en petit bâtiment, une folie:





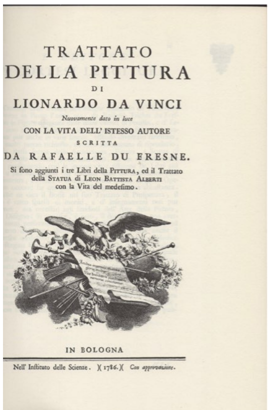




Regards critiques

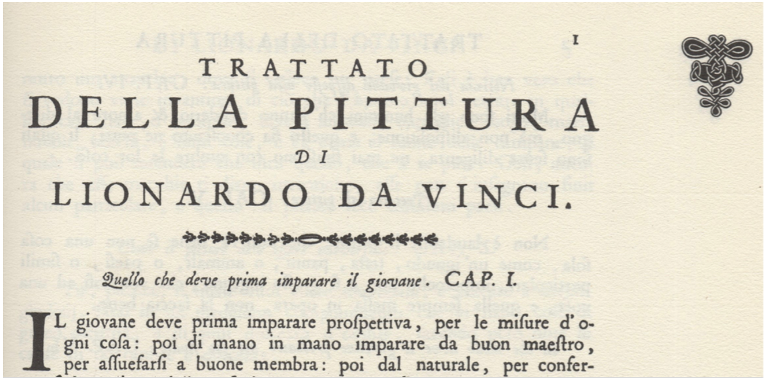
Comparant toutes ces œuvres récentes avec celles du passé, on saisit immédiatement que nous sommes entrés dans une nouvelle ère de l'humanité.

Sur le plan technique, les possibilités apportées par la mathématique et son corollaire l'informatique sont sans commune mesure avec celles d'autrefois. L'exceptionnel Léonard de Vinci, qui recommandait au jeune artiste de commencer par apprendre la perspective et donc des mathématiques, faisait venir ses lapis lazuli d'Afghanistan; il créa son clair-obscur à l'aide de près d'une vingtaine de couches d'huile de 1 à 2 micromètres d'épaisseur environ.


TRATTATO
DELLA PITTURA
DI
LIONARDO DA VINCI
Nuovamente dato in luce
CON LA VITA DELL' ISTESSO AUTORE
SCRITTA
DA RAFAELLE DU FRESNE.
Si ſono aggiunti i tre Libri della PITTURA, ed il Trattato della STATUA di LEON BATTISTA ALBERTI con la Vita del medeſimo.

IN BOLOGNA

Nell' Inſtituto delle Scienze.)(1786.)(*Con approvazione.*


I

TRATTATO
DELLA PITTURA
DI
LIONARDO DA VINCI.

Quello che deve prima imparare il giovane. CAP. I.

IL giovane deve prima imparare proſpettiva, per le miſure d'ogni coſa: poi di mano in mano imparare da buon maeſtro, per aſſuefarſi a buone membra: poi dal naturale, per confer-

Aujourd'hui, le contrôle par l'ordinateur et par son pilote d'une quantité énorme de fréquences lumineuses pourrait permettre, à celui qui aurait les mêmes connaissances et les mêmes capacités sensibles de Léonard, de créer des œuvres dont le nombre et la finesse devraient surpasser celles du maître.

Il y a la technique, et il y a le contenu.

Sur le plan de la forme, le développement des mathématiques a apporté un potentiel descriptif et créatif inconnu dans le passé. Les formes compréhensibles pour nous se situent sur le plan ou dans l'espace usuel. Les formes des espaces de dimension supérieure ne deviennent partiellement accessibles que lorsque elles sont projetées dans ces espaces de dimension 2 et 3. Il n'est pas interdit d'imaginer que des hommes futurs, dotés de capacités de représentation plus développées que les nôtres, puissent contempler des formes de degré dimensionnel plus élevé. L'enrichissement deviendrait alors considérable. Ce serait toutefois déjà un progrès par rapport à aujourd'hui si étaient conçus des tableaux spectacles, des compositions où des formes diverses actuelles s'articuleraient en édifices harmonieux aux couleurs raffinées, ou au contraire en constructions sombres et agressives, images de notre monde ambigu où se côtoient toutes les apparitions de l'inattendu, de l'indicible et du merveilleux.

Sur le plan du contenu humain, de l'expression des sentiments et des rêves cachés, du message que contiendrait l'œuvre, mathématiques et techniques nouvelles apporteraient-elles du foncièrement nouveau à la forme d'art limitée au tableau immobile ? L'expérience cubiste laisse planer le doute. L'humanité est certes présente dans toute œuvre à travers le choix des sujets, la manière de les exposer: les couleurs et les teintes, plus vives chez Leys, plus nuancées chez Bénard, les quatre présentations de la surface de Boy, témoignent de la diversité heureuse des sensibilités, les mêmes et aussi présentes chez les mathématiciens que chez les artistes. Mais bien sûr, pas plus que dans les théorèmes mathématiques, ni joie, ni tristesse, ni souffrance, ni sérénité n'affleurent dans ces dernières œuvres.

Il en est cependant d'autres où la représentation du monde intérieur est présente de manière plus ou moins affirmée. Il arrive que Jeener parsème son dessin de délicates petites fleurs; Fomenko mélange toujours intensément des pans de l'univers mathématique à ses puissantes visions oniriques.

L'œuvre d'art, l'œuvre mathématique sont, à travers la sensibilité de leur auteur, l'expression d'une facette et d'un moment de l'environnement et de l'état de la société humaine, une expression de la manière dont elle observée, étudiée, comprise. C'est cette compréhension que nous transmet l'auteur à travers son œuvre, et qui fait d'elle un outil pédagogique subtil. C'est pourquoi, dans notre ignorance, nous ne cesserons pas de la regarder, de nous en imprégner, de l'admirer.

Claude P. Bruter
15 Mars 2016