



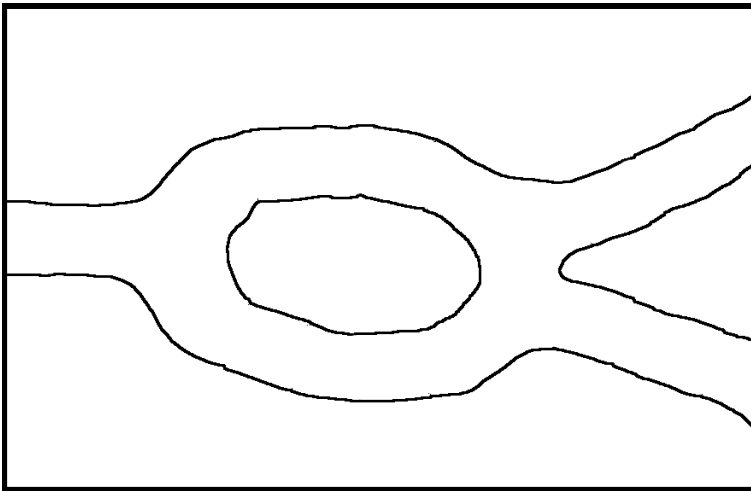
## Percorsi, strategie e geometrie in gioco

### Complementi e spunti di lavoro – Primaria e Secondaria Inferiore

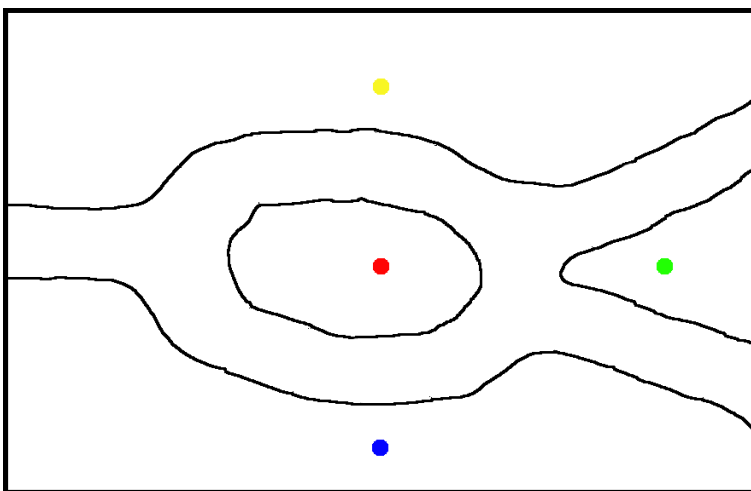
In queste note troverete suggerimenti e osservazioni per attività che traggono spunto dal problema dei ponti di Königsberg, dedicate all'introduzione di concetti relativi alla topologia (collegamenti, equivalenza delle rappresentazioni, determinazione di percorsi ...)

#### 1. Collegamenti

Ecco le quattro isole del nostro gioco:



- Costruisci dei ponti in modo da collegare tutte le isole, cioè in modo che sia possibile arrivare a ogni isola senza dover usare la barca.
- Prova a fare lo stesso usando meno ponti possibile. Quanti ponti ti servono?



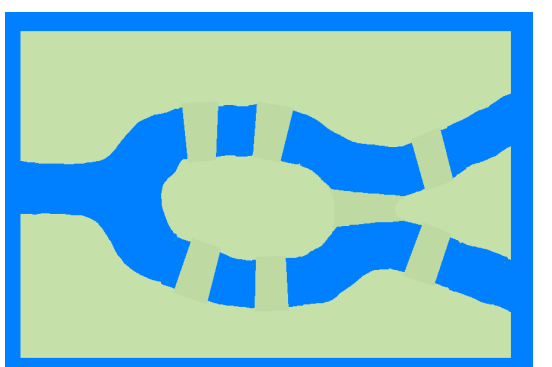
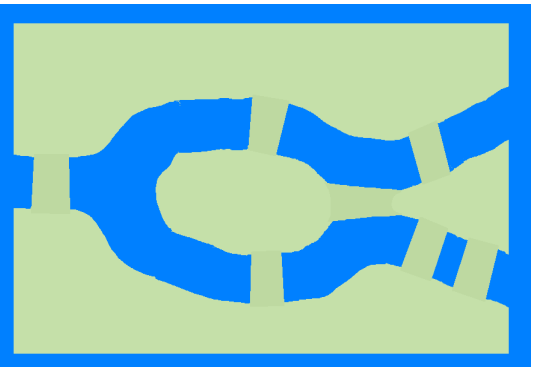
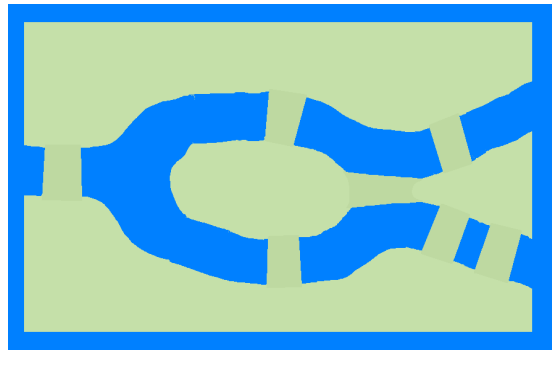
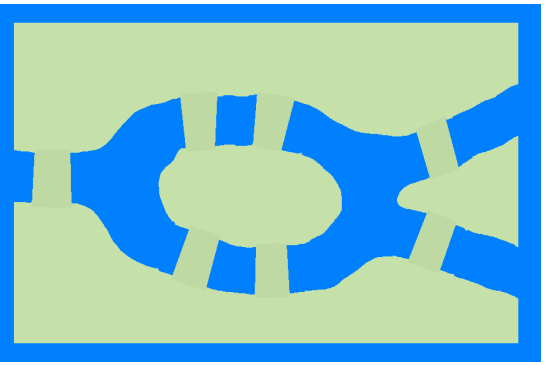
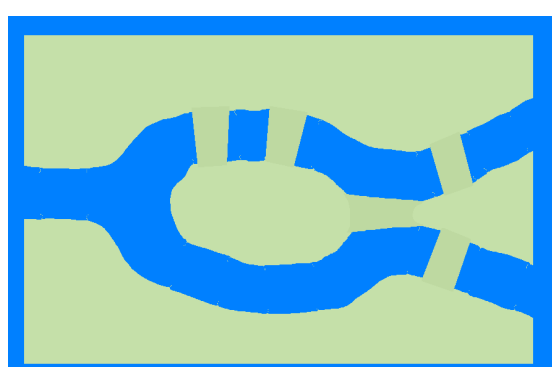
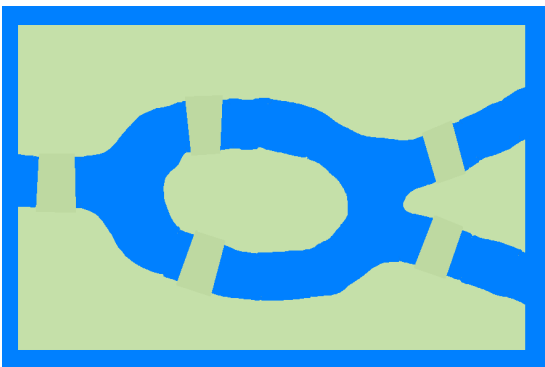
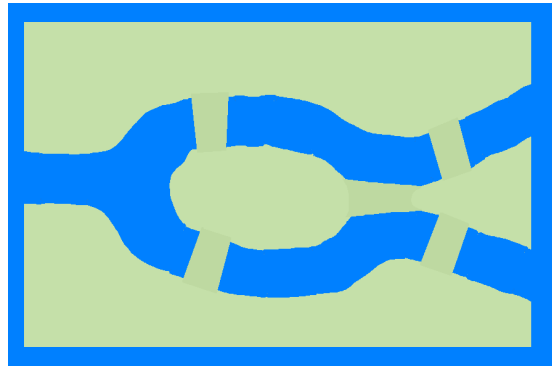
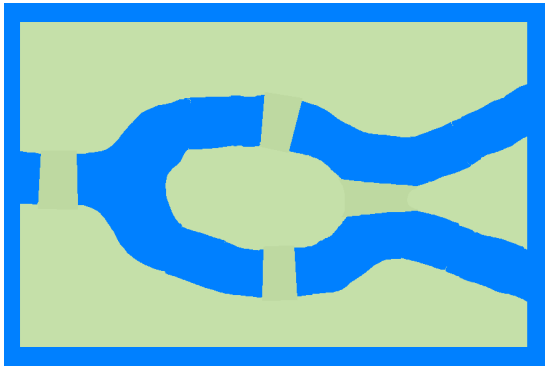
- Se la reggia è sull'isola con la torre rossa, come si possono mettere i ponti in modo che il principe possa raggiungere ciascuna delle altre tre isole attraversando un solo ponte? E partendo da quella gialla? E da quella blu? E da quella verde?
- E se non si sa da dove partirà il principe, come si possono mettere i ponti per essere sicuri che ovunque vada ne potrà attraversare uno solo?

## 2. Percorsi

E ora cerca il percorso attraverso i ponti.

Ricorda: devi attraversare tutti i ponti senza mai passare due volte per uno stesso ponte.

Scegli tu da dove partire. Segna i percorsi che riesci a fare.



Osserva. I percorsi tornano all'isola di partenza? Riesci a trovare più di un percorso partendo dalla stessa isola? Riesci a trovare percorsi che partano da isole diverse da quella che hai scelto?

### 3. Verso il teorema di Eulero

Osserva ancora. Per ognuna delle situazioni conta il numero complessivo dei ponti; conta poi il numero di ponti che partono da ciascuna delle isole. Metti i dati in una tabella.

caso	ponti totali	ponti isola ●	ponti isola ●	ponti isola ●	ponti isola ●
1	4	2	3	2	1

Osserva. Se, per ciascun caso, sommi i ponti che partono da ogni isola cosa ottieni? Confronta con il numero di ponti totali. Perché?

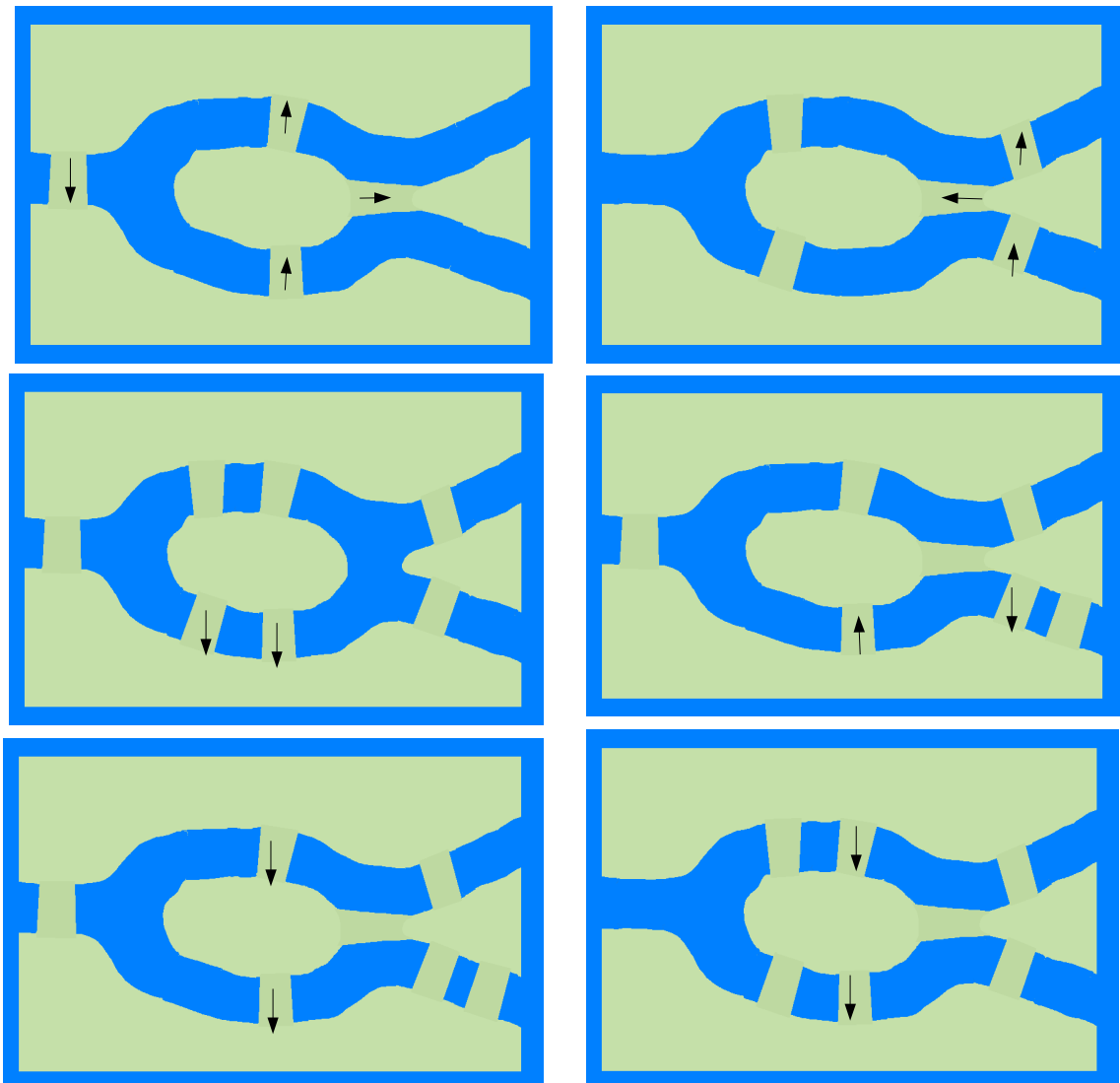
Rifletti. Prova a sistemare i ponti in modo da avere una sola isola con un numero dispari di ponti. Ci riesci?

Osserva. Evidenzia, colorandole in giallo, le caselle dell'isola di partenza e dell'isola di arrivo.

Osserva. Usando tre colori diversi segna sulla tabella le righe corrispondenti ai casi che hai saputo percorrere tornando all'isola di partenza, quelli che hai saputo percorrere senza tornare all'isola di partenza, quelli che non hai saputo percorrere.

### 4. Percorsi con senso di percorrenza obbligato

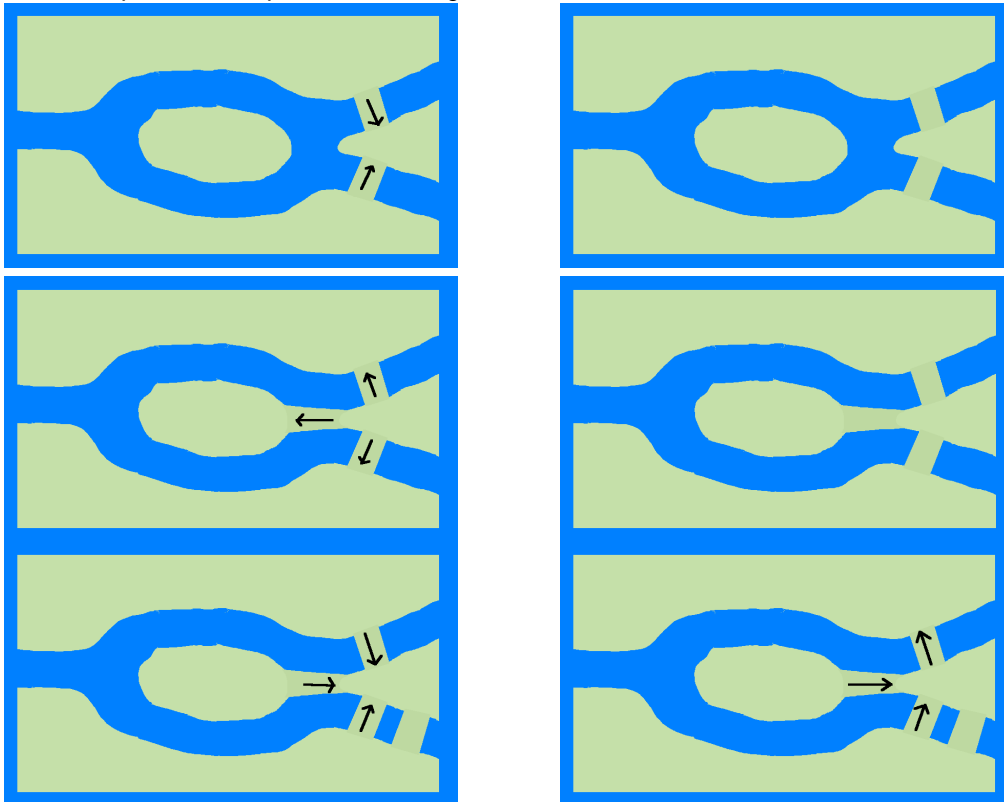
Cerca ora i percorsi, seguendo le stesse regole precedenti (devi attraversare tutti i ponti senza mai passare due volte per uno stesso ponte) e inoltre rispettando il senso della freccia, quando indicato.



Nei casi in cui hai trovato il percorso, disegna anche su gli altri ponti le frecce, nel verso dato dal tuo percorso. Osserva. Dopo aver segnato tutte le frecce, completa la tabella indicando per ciascuna delle quattro isole, il numero di ponti che ti permettono di uscire (U) da quell'isola e quelli attraverso cui puoi entrare (E). Evidenzia, colorandole in giallo, le caselle dell'isola di partenza e dell'isola di arrivo.

caso	ponti isola ●		ponti isola ●		ponti isola ●		ponti isola ●	
	U	E	U	E	U	E	U	E
1	1	1	1	1	2	1		1

Rifletti. E' possibile un percorso nei seguenti casi?



Rifletti. E' possibile un percorso in cui un'isola ha due frecce che entrano e nessuna freccia che esce? E' possibile un percorso in cui un'isola ha solo frecce che escono? E solo frecce che entrano?

### 5. E ora gioca con i tuoi amici.

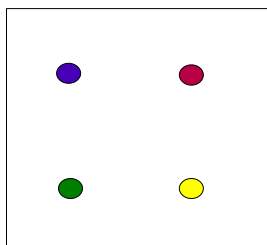
Disegna con i pennarelli le quattro isole. Il tuo avversario deciderà con quanti ponti giocare (4, 5, 6, ...). Con il lapis sistema i ponti e sfida il compagno a trovare un percorso. Scegli tu se e dove mettere le frecce. Se il tuo compagno trova un percorso guadagna 1 punto, se non lo trova e tu glielo mostri vinci 1 punto; se non sai mostrarglielo perdi tutti i punti. Vince chi arriva prima al punteggio stabilito.

Varianti. Potete giocare a tempo. Potete aggiungere la regola che non si può procedere per tentativi: una volta iniziata la descrizione del percorso non si può tornare indietro o cambiare.

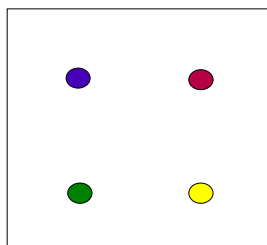
Variante 2. Puoi inventare nuove mappe, con più isole.

## Traccia di attività sui collegamenti tra i punti.

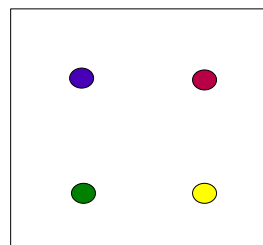
1. *Collegare secondo le istruzioni a voce.* Nell'esempio si lavora con quattro punti, che possono essere aumentati a piacere. I punti sono individuati per mezzo di colori: per i più piccoli rappresentano fiori diversi; si possono per i più grandi usare ad esempio lettere dell'alfabeto. La disposizione dei punti è fissata (riprodotta su una scheda o ricopiata dalla lavagna).



1



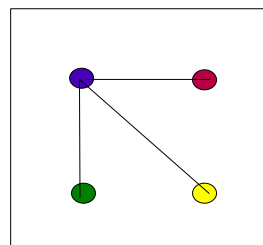
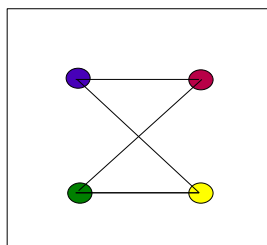
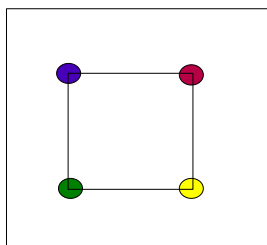
2



3

Completa secondo le istruzioni. Scrivi accanto al disegno la forma che hai ottenuto.

L'insegnante dà a voce le indicazioni che i bambini devono seguire per scoprire il disegno. Esempio  
 Disegno 1: collega il blu con il rosso, il rosso con il giallo, il giallo con il verde, il verde con il blu (viene il quadrato). Disegno 2: collega il blu con il rosso, il rosso con il verde, il verde con il giallo, il giallo con il blu (viene la clessidra). Disegno 3: collega il rosso con il blu, il blu con il giallo e con il verde (viene la punta di una freccia).



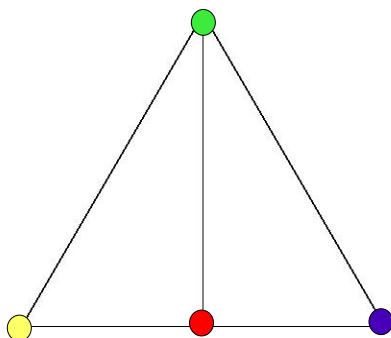
Variante: sono i bambini che a turno danno le indicazioni agli altri per "scoprire" il disegno.  
 Osservazione: in questi primi esempio i collegamenti sono "linee dritte".

## 2. Descrivere i collegamenti

Nell'esempio si fornisce un disegno e si devono descrivere i collegamenti fra i punti, dandone una rappresentazione mediante una tabella.

Osserva il disegno e completa la tabella, segnando con una X quando le coppie di punti corrispondenti sono collegate da una linea. Esempio:

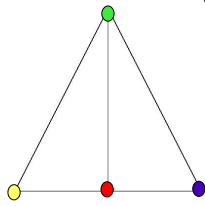
		X		X
	X		X	X
		X		X
	X	X	X	



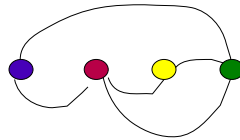
(osserva: quante croci in tutto? quante linee? osserva la simmetria della tabella ...)

### 3. Diverse rappresentazioni degli stessi collegamenti

Si propongono alcuni disegni e si chiede di riprodurre gli stessi collegamenti su punti disposti diversamente.  
Esempio: Osserva il disegno e riproduci gli stessi collegamenti sui punti disposti come in figura.



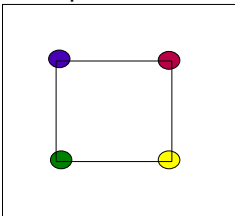
In questo caso si ha ad esempio



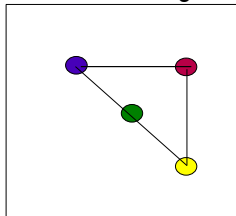
### 4. Riconoscere rappresentazioni diverse della stessa situazione.

Si propongono diverse rappresentazioni e si chiede di individuare quelle che rappresentano gli stessi collegamenti.

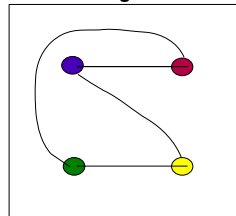
Esempio: Osserva le figure e individua i disegni che rappresentano gli stessi collegamenti.



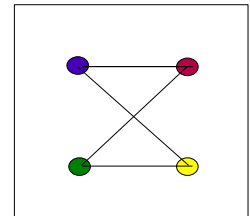
1



2



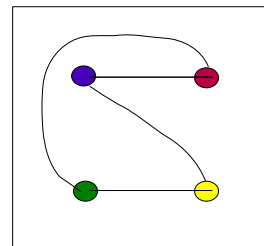
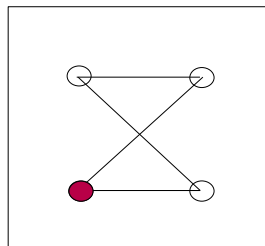
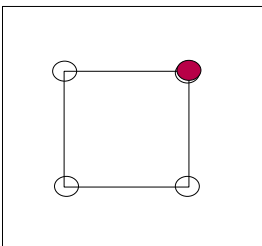
3



4

### 5. Interpretazioni delle rappresentazioni grafiche

Colora i punti bianchi in modo che nelle prime due figure vi siano gli stessi collegamenti che nella terza. E' possibile?



### 6. Lettura di una tabella

Si fornisce una tabella e si chiede di rappresentare graficamente i collegamenti

Esempio: Disegna i 4 punti e collegali come indicato dalle tabelle.

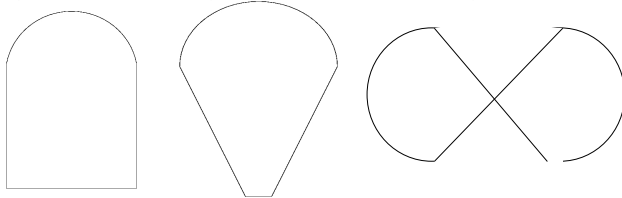
	●	●	●	●
●		X	X	
●	X		X	
●	X	X		X
●			X	

	●	●	●	●
●		X	X	X
●	X		X	X
●	X	X		X
●	X	X	X	

7. Ancora sulla equivalenza di rappresentazioni diverse e sulle trasformazioni topologiche

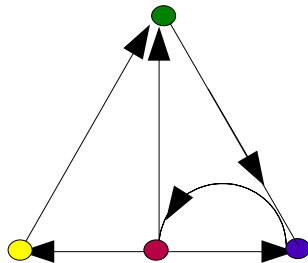
Esempio: Disegna i quattro punti colorati ●●●● nella posizione che vuoi.

- Collega con 4 linee (dritte o curve) seguendo le istruzioni: il blu con il rosso, il rosso con il giallo, il giallo con il verde, il verde con il blu. Osserva la figura. Cambia la posizione dei punti e uniscili seguendo ancora le stesse indicazioni. Osserva la figura.
- Prova a disporre i punti in modo che quando li unisci seguendo sempre le stesse indicazioni tu ottenga figure che assomiglino a un portone, un gelato, un fiocco (come sotto):



Nota: si possono riproporre le varie attività considerando collegamenti orientati, cioè con un verso di percorrenza assegnato (come negli esempi dei ponti). In questo caso ad esempio si dirà che dal rosso si può andare al verde (ma non viceversa) e nei diagrammi questo si indicherà con delle frecce.

	●	●	●	●
●		X		
●	X		X	X
●				X
●	X			

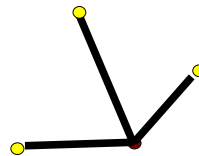
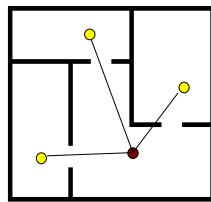
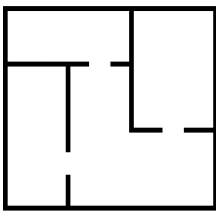


**Il custode del Museo**

Piante di edifici, collegamenti, percorsi euleriani.

Nelle seguenti attività si lavora sulla pianta di un edificio (Museo). Quello che conta ai fini dei percorsi non è la forma delle stanze, quanto i collegamenti reciproci tra i vari ambienti. Questi si rappresentano con diagrammi i cui punti sono le stanze e le linee sono le porte che le collegano.

Esempio:



Il custode del Museo la sera deve fare il giro delle stanze chiudendo tutte le porte. Non può passare da una porta già chiusa. Come fare il giro? La seguente pianta del Museo è equivalente al problema originario dei sette ponti di Königsberg. Nel Museo si possono riproporre tutte le attività delle isole e ponti.

