QUANDO L'UOMO IMPARÒ A CONTARE

Laboratori sui sistemi di numerazione

# Numeri e conteggi con i geroglifici degli antichi Egizi

Il Giardino di Archimede.

*Un Museo per la Matematica*

# Numeri e conteggi con i geroglifici degli antichi Egizi

## Introduzione

*Il nostro modo di contare è senz'altro uno dei più potenti e completi che siano mai stati sviluppati. Ma è anche uno dei più complessi e più difficili da apprendere. Altre strategie, preliminari o alternative, altri punti di vista, più primitivi ma in alcuni casi non meno efficaci, aiutano a comprendere meglio alcuni aspetti del contare, a mettere a fuoco e superare certe difficoltà, ad afferrare meglio le potenzialità del nostro modo di contare, oltre che a scoprirne la sua storia affascinante.*

*In questa prospettiva sono nati i laboratori de Il Giardino di Archimede dedicati ai sistemi di numerazione, pensati per le scuole di ogni ordine e grado e dedicati ad alcuni di questi antichi modi di contare. Si tratta di attività sperimentate con le classi dai nostri operatori.*

*Scopo di questo opuscolo, dedicato al sistema di numerazione degli antichi Egizi, è fornire agli insegnanti che desiderino riproporre le attività nelle proprie classi alcune informazioni teoriche necessarie per impadronirsi dell'argomento e una serie di suggerimenti pratici per lo svolgimento dei laboratori stessi.*

## Indice


**1 Note storiche** **3**

**2 L'aritmetica dei geroglifici** **4**
Rappresentazione e cambi . . . . 4
Addizioni . . . . . . . . . . . . . . 5
Sottrazioni . . . . . . . . . . . . . 5
Moltiplicazioni . . . . . . . . . . 6
Divisioni . . . . . . . . . . . . . . 7

**3 Indicazioni sui laboratori** **9**
Livello 0: 5 anni . . . . . . . . . 9
Livello 1: 6-8 anni . . . . . . . . 10
Livello 2: 8-10 anni . . . . . . . 11
Livello 3: da 10 anni . . . . . . . 11

## 1 Note storiche

La civiltà degli Egizi ci ha lasciato alcune fra le più antiche tracce di matematica scritta. I primi numeri scritti si individuano su monumenti e iscrizioni databili all'inizio del III millennio a. C. Si tratta di iscrizioni che impiegano il sistema geroglifico, la scrittura monumentale egizia. Nel sistema geroglifico vengono riservati ai numeri sette segni distinti:

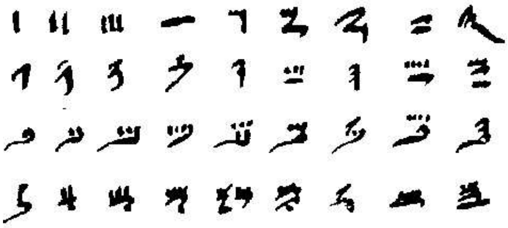
𓏺 𓎆 𓍢 𓆼 𓂭 𓆐 𓁨

I simboli corrispondono a potenze crescenti del dieci, e cioè rispettivamente ai valori 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000. Gli altri numeri si scrivevano ripetendo questi simboli il numero di volte necessario per arrivare al valore voluto. Ad esempio il numero 1203 si scriveva con un fior di loto, due corde, tre bastoncini: 𓆼𓍢𓍢𓏺𓏺𓏺.

L'origine dei simboli non è nota; alcuni sono più o facilmente identificabili e ricollegabili a oggetti significativi, su altri le ipotesi sono più incerte. Le forme sono quelle di un bastoncino o breve tratto di corda, di un bastone o corda piegato a forma di "U" rovesciata, di una corda arrotolata a spirale, di un fior di loto in boccio, di un dito, di un girino in metamorfosi, di un uomo inginocchiato con le braccia levate al cielo. La corda era uno strumento comunemente usato dagli Egizi per misurare i campi e la principale unità di misura era il *khet*, pari a 100 cubiti. I fior di loto crescevano a migliaia sulle rive del Nilo dove anche numerosissimi potevano vedersi i girini in metamorfosi. Il dito potrebbe essere la traccia di un conteggio con la mano e il simbolo del milione, il valore più grande che gli Egizi rappresentassero, riconducibile all'uomo che si inchina difronte all'immensità. Secondo altre ipotesi l'origine di alcuni simboli potrebbe essere legata a questioni fonetiche.

Nelle più antiche rappresentazioni i simboli non hanno un ordine stabilito. Col tempo assumono comunemente disposizioni ricorrenti. Così simboli fino a un numero di quattro vengono allineati: 𓏺𓏺𓏺𓏺. Se i simboli uguali sono cinque se ne scrivono tre sopra e due sotto: 𓏺𓏺𓏺<br>𓏺𓏺 . Sei simboli si distribuiscono su due righe, tre e tre; e così sette e otto simboli, rispettivamente quattro e tre, quattro e quattro. Nove simboli si rappresentano invece usualmente su tre righe: 𓏺𓏺𓏺<br>𓏺𓏺𓏺<br>𓏺𓏺𓏺 . Il senso della scrittura poteva andare da destra e sinistra o da sinistra a destra, e anche i simboli a volte erano rovesciati.

La scrittura geroglifica rispondeva a fini decorativi e commemorativi, aveva un carattere solenne ed era essenzialmente riservata alle iscrizioni monumentali. Per i conti, i censimenti, gli inventari, i testamenti, i documenti economici, amministrativi, giuridici, letterari, religiosi, matematici o astronomici, e così via, gli scribi impiegavanoinvece correntemente una scrittura corsiva nota come ieratica. Si tratta di una forma di scrittura molto più rapida e più adatta alla scrittura su papiro; i simboli risultano composti da un solo o da pochi rapidi tratti, frutto di abbreviazioni, schematizzazioni ed estreme semplificazioni dei segni geroglifici, con i quali si mantiene spesso solo una lontanissima somiglianza. Nella scrittura ieratica anche i segni per rappresentare i numeri provengono da schematizzazioni più o meno spinte dei singoli geroglifici e dei diversi raggruppamenti di più simboli nel loro complesso. Se nei primi documenti del III millennio, questi simboli risultano ancora riconoscibili, le successive trasformazioni portano a forme ormai apparentemente senza legame con le originarie. Alla fine di questo processo formale, per il frequente ricorso a abbreviazioni o a legature fra i simboli ripetuti, il sistema ieratico dispone di un diverso simbolo non più solo per i valori fondamentali 1, 10, 100, 1000, eccetera, ma anche per ciascuno dei numeri composti 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 30, ...., 90, 200, 300, ..., 900, 2000, 3000, ...., 9000.



In ieratico sono scritti i testi matematici di epoca pre-greca, che appartengono all'arco di tempo che va dal 2000 al 1600 a. C. e che costituiscono la più importante fonte di conoscenza per la matematica egizia. Fra i principali ricordiamo il cosiddetto Papiro Rhind, il Papiro di Mosca e il Rotolo di Cuoio. Si tratta di testi matematici elementari, di carattere pratico, contenenti tavole di calcolo e problemi di varia natura. L'aritmetica degli Egizi comprendeva un uso delle frazioni piuttosto articolato. Le frazioni usate erano generalmente a numeratore unitario ed un aspetto rilevante della pratica consisteva in come esprimere quantità frazionarie generiche in somme di frazioni unitarie. Fra le tecniche per le operazioni, un carattere particolare ha la tecnica per la moltiplicazione, basata su raddoppi successivi. Anche la divisione, operazione inversa della moltiplicazione, si eseguiva servendosi della stessa tecnica.

## 2 L'aritmetica dei geroglifici

Nel corso dei laboratori vengono proposte attività ispirate all'aritmetica dei geroglifici, usata dagli antichi Egizi, che descriveremo ora più in dettaglio.

### Rappresentazione e cambi

Il sistema di scrittura dei numeri con i geroglifici è un sistema su base decimale. Ogni simbolo corrisponde a dieci simboli di ordine inferiore. In altre parole ognuno dei sette simboli usati corrisponde a una potenza crescente del 10:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $1$ | $10^1$ | $10^2$ | $10^3$ . |
| 1 | 10 | 100 | 1000 |

| | | |
|---|---|---|
| $10^4$ | $10^5$ | $10^6$ . |
| 10000 | 100000 | 1000000 |

La rappresentazione è basata su un principio strettamente additivo. Ogni simbolo conserva cioè sempre lo stesso valore e il valore complessivo di un'espressione formata da più simboli è data dalla somma dei valori che vi compaiono. Così 𓍢𓍢 rappresenta il numero duecento, mentre 𓏺𓏺𓍢, che si può scrivere anche 𓍢𓏺𓏺 poiché l'ordine è indifferente, rappresenta il numero centodue. La scrittura 𓂭𓎆𓎆 rappresenta il numero diecimilaventi e la scrittura 𓆐 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢 𓏺𓏺 il numero centomilaseicentodue.

Dodici stanghette, 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, rappresentano il numero dodici, ma lo stesso dodici si rappresenta meglio sostituendo dieci stanghette con un bastoncino curvo, ossia in totale con un bastoncino curvo e due stanghette: 𓎆𓏺𓏺. In generale ogni volta che i simboli sono è ripetuti dieci volte converrà sostituirli con un solo simbolo di ordine maggiore. Si è eseguito in questo modo un "cambio", ossia la sostituzione di un gruppo di simboli con un solo simbolo di forma diversa e di valore equivalente. Attraverso i cambi si riduce il numero di simboli necessari per rappresentare un dato valore e si rende la sua rappresentazione più compatta e significativa anche a colpo d'occhio. In alcuni casi, nel corso di alcuni procedimenti di calcolo, sarà necessario compiere la sostituzione nel verso opposto, fare cioè una "spicciolatura": al posto di dato simbolo si scriveranno allora dieci simboli di valore inferiore.

## Addizioni

Come in ogni sistema di rappresentazione additivo l'operazione di addizione risulta immediata. Per addizionare due o più valori basterà infatti mettere insieme i simboli di ciascuno degli addendi. Se dobbiamo addizionare due numeri si dovranno allora copiare i simboli di un dato tipo che compaiono nel primo numero accanto ai simboli dello stesso tipo che compaiono nel secondo, e così via per ogni tipo di simbolo. L'addizione è compiuta in questo stesso gesto di copiatura dei simboli. L'insieme complessivo dei simboli mi indicherà il valore del risultato dell'addizione. Se ad esempio vogliamo sommare 𓍢𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺 con 𓍢𓍢𓎆𓏺𓏺𓏺, si copiano le corde arrotolate che compaiono nel primo e nel secondo numero, ottenendo 𓍢𓍢𓍢, accanto a questi segni si copiano i bastoncini curvi del primo e del secondo numero e infine i bastoncini dritti del primo e del secondo numero. Alla fine, senza fare nessun conto, si ottiene 𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, che è il risultato. Volendo tradurre, abbiamo addizionato 132 con 213 ottenendo 345.

Se nel risultato ci fossero dieci simboli di uno stesso tipo ripetuti, perché il risultato compaia nella forma migliore ossia impiegando meno simboli possibile, sarà necessario aggiustare la scrittura compiendo un cambio. Ad esempio, la somma di 𓍢 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺 con 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺, alla fine del procedimento di copiatura dà l'espressione 𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, in cui compaiono undici bastoncini curvi. Riscrivo allora in forma più compatta il risultato sostituendo dieci bastoncini con una corda arrotolata. Ottengo dunque la forma finale 𓍢𓍢𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺.

## Sottrazioni

La sottrazione fra due numeri in geroglifico si può eseguire nel seguente modo. Si scrivono il primo e, a lato, il secondo numero. Nel primo numero, il minuendo, si cancellano uno ad uno - ad esempio barrandoli - tutti quei simboli che formano il secondo numero, il sottraendo. Quando si sono cancellati tutti i simboli che compaiono nel secondo numero, si raccolgono i simboli rimasti. Questi esprimono il risultato della sottrazione.

Se ad esempio vogliamo eseguire 𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺 meno 𓎆𓎆𓏺, scriviamo i due numeri. Iniziamo poi a cancellare nel primo numero tanti bastoncini quanti sono quelli che compaiono nel secondo, cioè uno: 𓎆𓎆𓎆~~𓏺~~𓏺. Proseguiamo barrando ora i bastoncini curvi che compaiono nel secondo numero, cioè due: ~~𓎆𓎆~~𓎆~~𓏺~~𓏺. Abbiamo barrato tutti i simboli che formano il secondo numero. Raccogliamo i simboli rimasti: 𓎆𓏺. Questi danno il risultato. Abbiamo così eseguito, attraverso questo procedimento grafico, la sottrazione tra 32 e 21, ottenendo 11.

Non sempre nel primo numero si troveranno tutti i simboli che formano il secondo. Se ad esempio vogliamo eseguire 𓆼𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺 meno 𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺, possiamo barrare due corde arrotolate, un bastoncino e tre bastoni curvi: 𓆼~~𓍢𓍢~~𓍢~~𓎆𓎆𓎆~~~~𓏺~~𓏺. Per completare il secondo numero dobbiamo barrare un ulteriore bastone curvo che però non è immediatamente disponibile fra i simboli del primo numero. Per farlo apparire, e poter completare la cancellazione, dobbiamo in questo caso sostituire ora la corda arrotolata rimasta con dieci bastoncini curvi: 𓆼~~𓍢𓍢~~𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆~~𓎆𓎆𓎆~~~~𓏺~~𓏺. Dopo averne barrato uno, raccogliamo i simboli residui per leggere il risultato: 𓆼𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺. Abbiamo eseguito 1332 meno 241, ottenendo 1091.

### Moltiplicazioni

La tecnica egizia per eseguire le moltiplicazioni non richiede la memorizzazione delle tabelline, ossia dei prodotti reciproci dei numeri da 1 a 9. È basata invece su raddoppi successivi. Le operazioni di raddoppio e di dimezzamento avevano grande importanza nel calcolo antico. Del resto eseguire un raddoppio di numeri scritti in geroglifici è cosa piuttosto immediata poiché essenzialmente basta ripetere due volte ogni simbolo del numero da raddoppiare. Occorrerà a volte poi eseguire i cambi, per contenere il numero dei simboli impegati. I cambi si possono eseguire alla fine del procedimento di calcolo, per dare al risultato la forma più compatta, oppure si possono eseguire via via, durante i vari passaggi, non appena un tipo di simboli supera il dieci. In generale con i primi e più semplici esempi converrà seguire la prima strada, in modo da non interferire con il procedimento. Quando i numeri si fanno più grandi diventerà però disagevole lavorare con un gran numero di simboli e sarà allora conveniente eseguire subito i cambi.

Vediamo con un esempio come eseguire una moltiplicazione tra due numeri secondo la tecnica dei raddoppi. Lo spazio di lavoro si divide in due colonne, su ciascuna delle quali si eseguiranno dei raddoppi. Nella colonna di sinistra si eseguiranno raddoppi a partire dall'unità: uno, due, quattro, otto, e così via. Nella colonna di destra si partirà invece dal secondo dei numeri da moltiplicare. Se vogliamo ad esempio moltiplicare 6 per 12, a sinistra si inizia la serie di raddoppi a partire da 𓏺 e ci si ferma quando nella colonna si hanno bastoncini sufficienti per formare il primo fattore, il sei. Nel nostro caso saranno sufficienti tre righe, cioè due raddoppi. Il sei infatti si può ottenere da due più quattro, che si trovano rispettivamente nella seconda e nella terza riga:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 𓏺 | | |
| ⟶ | 𓏺𓏺 | | |
| ⟶ | 𓏺𓏺𓏺𓏺 | | |

A destra si raddoppia il 𓎆𓏺𓏺, tante volte quante si è raddoppiato l' 𓏺:

| | |
|---|---|
| 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |

Si può ora andare a leggere il risultato. Questo si ottiene mettendo insieme i simboli della colonna di destra che stanno sulle righe che corrispondono a quelle righe che a sinistra servivano a formare il primo fattore, cioè in questo caso la seconda e la terza.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺 | |
| → | 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 | ⟵ |
| → | 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | ⟵ |

Complessivamente si ha dunque 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 che, dopo aver cambiato dieci bastoncini con un bastoncino curvo, si scrive meglio come 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺. Traducendo, abbiamo eseguito 6 per 12, ottenendo 72.

Si osservi che moltiplicare 6 per 12 è diverso da moltiplicare 12 per 6, anche se i risultati finali dovranno coincidere. Nel secondo caso si devono eseguire a sinistra tanti raddoppi dell'unità fino ad ottenere almeno dodici bastoncini. La colonna di sinistra avrà allora quattro righe, rispettivamente con uno, due, quattro e otto bastoncini. Le ultime due mi danno dodici. Anche a destra dovrò formare quattro righe raddoppiando ora il 6. Ottengo il risultato raccogliendo i simboli della terza e quarta riga, 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺e 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺, se ho via via sostituito gruppi di dieci bastoncini con un batoncino curvo, ottenendo in totale ancora 𓎆𓎆𓎆𓎆 𓎆𓎆𓎆 𓏺𓏺.

### Divisioni

Sempre servendosi dei raddoppi in parallelo si eseguono le divisioni. Si inizia questa volta dalla colonna di destra dove si eseguono ora i raddoppi del divisore, fermandosi prima di superare il dividendo. Nella colonna di sinistra si eseguono ancora i raddoppi dell'1, formando lo stesso numero di righe che si sono formate a destra. Si tratta ora di andare a scegliere le righe che danno il risultato. Per fare ciò si guarda la seconda colonna, individuando le righe che messe insieme danno il dividendo. Si vanno poi a prendere le stesse righe sulla colonna di sinistra: i valori complessivi dei simboli che si trovano su queste righe di sinistra daranno il risultato.

Se ad esempio vogliamo dividere 65 per 13, si eseguono a destra i raddoppi del 13 fermandosi alla terza riga, poiché la quarta supererebbe il dividendo.

| | |
|---|---|
| | 𓎆𓏺𓏺𓏺 |
| | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |
| | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |

A sinistra si fanno altrettanti raddoppi dell'unità.

| | |
|---|---|
| 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |

Tra i raddoppi del 13 individuo le righe che danno il dividendo, cioè 65: sono la prima e la terza, rispettivamente 13 e 52, che sommati fanno 65. Posso ora andare a leggere il risultato. Questo è dato dalle stesse righe nella colonna di sinistra, cioè la prima e la terza.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ⟶ | 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺𓏺 | ← |
| | 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | |
| ⟶ | 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | ← |

Mettendo insieme i loro simboli, 𓏺 e 𓏺𓏺𓏺𓏺, ottengo 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺. Traducendo, abbiamo diviso 65 per 13 ottenendo 5.

Ovviamente non sempre a destra si riesce a formare il dividendo. Questo accade solo nel caso di divisioni esatte. Negli altri casi si devono scegliere le righe che permettono di avvicinarsi il più possibile al dividendo, anche senza completarlo. Mancherà qualcosa. Quel che manca dà il resto della divisione. Il quoziente sarà dato invece ancora dalle righe della prima colonna corrispondenti a quelle della seconda che sono state scelte.

Se ad esempio vogliamo dividere 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 per 𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺, si inizia raddoppiando i quattordici bastoncini nella colonna di destra: quattordici, ventotto, cinquantasei. A cinquantasei ci si ferma, poiché il raddoppio successivo supererebbe il dividendo. A sinistra si completano altrettante righe con i raddoppi dell'unità:

| | |
|---|---|
| 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |
| 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 |

Nella colonna di destra cerco ora di comporre il dividendo, scegliendo le righe opportune. Mettendo insieme la terza e la seconda riga ottengo ottantaquattro bastoncini, che è il numero più vicino a ottantasei che posso ottenere. I due bastoncini che mancano danno il resto della divisione. Il quoziente si ottiene invece dalla seconda e terza riga della colonna di sinistra:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 𓏺 | 𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺 | |
| ⟶ | 𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | ← |
| ⟶ | 𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | ← |

Il risultato è dunque 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 con resto di 𓏺𓏺.

Per avere un risultato espresso senza resto gli Egizi ricorrevano alle frazioni. Le frazioni utilizzate erano tutte a numeratore uno, ad eccezione di due terzi. Per indicarle ricorrevano a una notazione speciale: una bocca posta sopra il numero che indica le suddivisioni. Così un terzo era rappresento da tre bastoncini con sopra una bocca, un dodicesimo da un bastoncino curvo e due dritti con sopra la bocca, un ventesimo da due bastoncini curvi con sopra la bocca. Un mezzo e due terzi, avevano simboli speciali.

Per proseguire una divisione con resto impiegando le frazioni è necessaria una certa esperienza e abilità. Si deve infatti continuare la colonna dei raddoppi del divisore aggiungendo ora suoi sottomultipli. Questi vanno opportunamente trovati per avere quel che manca per completare il dividendo. Nella prima colonna, ad ogni riga, compaiono le frazioni corrispondenti al sottomultiplo considerato, ad esempio un mezzo, un terzo, un decimo, .... Combinando i raddoppi con i sottomultipli si cerca di esprimere il dividendo. Il risultato si ottiene allora nella colonna di sinistra, unendo ai raddoppi dell'1 scelti nella prima colonna le frazioni corrispondenti ai sottomultipli scelti nella seconda.

## 3 Indicazioni sui laboratori

**Materiale.**

Il materiale per i laboratori comprende un CD-rom in cui sono contenute delle presentazioni da proiettare durante lo svolgimento del laboratorario. Si tratta di diapositive con immagini e brevi commenti da usare per le spiegazioni e per le attività. Le presentazioni sono divise in quattro livelli: livello 0, 1, 2, 3. Il livello 0, pre-calcolo, è pensato per i piccolissimi, corrispondentemente alla sezione dei cinque anni della Scuola dell'Infanzia. I livelli 1 e 2 sono pensati per il primo e il secondo ciclo della Scuola Primaria. Il livello 3 è infine pensato per la Secondaria Inferiore (o inizi della Secondaria Superiore). I livelli costituiscono un'indicazione di massima: ogni insegnante potrà valutare se appoggiarsi al materiale di un altro livello, a seconda della classe.

Il materiale comprende inoltre scatoline contenenti timbri per riprodurre le sette forme dei geroglifici. Si consiglia di suddividere i partecipanti in quattro gruppi e dotare ciascun gruppo di un set completo di timbri. Nel CD-rom si trovano anche alcune schede di lavoro da stampare.

Qui di seguito diamo alcune indicazioni su come svolgere un laboratorio, a seconda del livello scelto, appoggiandosi al materiale fornito.

**Livello 0: 5 anni**

Si richiede che i bambini sappiano contare fino a cinque con una e con l'altra mano, per arrivare alle due mani complete: il dieci. Con le prime diapositive si introduce il primo simbolo, il bastoncino. Si ripete il bastocino per il conteggio fino a dieci. Lo stesso conteggio viene riproposto ricorrendo anche alle dita delle mani. Si piò stampare una **scheda** di lavoro in cui si chiede di ripetere tanti bastoncini quante sono le dita della mano evidenziate.

Con le diapositive successive si presenta il simbolo del dieci, spiegando che arrivati a dieci bastoncini questi si possono mettere in un scacchetto piccolo che si indica con un bastone più lungo incurvato, il simbolo del dieci.

A seguire si introducono ad uno ad uno gli altri simboli, spiegando come ogni volta che si ripetono dieci simboli si può formare un sacchetto sempre più grande. I simboli vengono accompagnati da una spiegazione del loro significato simbolico, legato alla quantità sempre maggiore che rappresentano. Così dal bastocino corto si passa a quello lungo ripiegato, poi alla corda arrotolata che è ancora più lunga, poi ai fior di loto in boccio che fiorivano a migliaia sulle rive del Nilo; al dito che indica in alto si può associare l'immagine del firmamento con decine di migliaia di stelle che contiene; i girini nel momento della metamorfosi dovevano riempire le rive del Nilo; infine si arriva al numero pì grande, oltre il quale ci si arrende. Aiutandosi con un'altra **scheda** di lavoro in cui inserire i simboli e colorare i sacchi sempre più grandi, si può rafforzare questa idea di complessità sempre crescente.

Per sottolineare la scansione di dieci in dieci, ossia che un gruppo di dieci simboli può essere sostituito da un solo altro simbolo di forma diversa, si può ricorrere poi a un'altra **scheda** di lavoro, in cui accanto a file di dieci simboli uguali compare il simbolo equivalente.

Si riflette poi su come un numero si componga di più simboli diversi messi insieme, riconoscendo alcuni numeri nei bassorilievi e chiedendo poi di comporre un numero a piacere.

Con le ultime diapositive si propongono dei gruppi di simboli chiedendo di riconoscere quale rappresenta la quantità maggiore. Ci si può aiutare qui ricordando che i simboli sono associati ai sacchi che possono essere piccoli, medi, grandi, molto grandi, molto molto grandi o enormemente grandi. Si tratterà allora di individuare in quale gruppo di simboli appare il sacco più grande.

### Livello 1: 6-8 anni

Con le prime diapositive si presenta la scrittura geroglifica dei numeri fino a dieci. Successivamente si prosegue introducendo anche tutti gli altri simboli. Ogni nuovo simboli viene introdotto quando si arriva a ripetere dieci volte il simbolo precedente. Utilizzando tutti i simboli si arriva a numeri anche molto grandi rispetto all'esperienza comune di questa fascia d'età. Ma in realtà la comprensione del sistema egizio si basa sulla capacità di contare fino a dieci e di ordinare i sette simboli, a prescindere dalla loro traduzione; per questo motivo, svincolandosi dalla traduzione nel nostro sistema, si può facilmente lavorare senza difficoltà anche con quantità molto grandi.

Una volta introdotti tutti i simboli si riprende la numerazione, scoprendo come formare i numeri da dieci a venti, e poi come proseguire oltre il venti. Una volta appreso dagli esempi il funzionamento del sistema di rappresentazione, si propongono alcune scritture da interpretare; si tratta di guardare i simboli, ricordando come si chiamano (dieci, cento, mille ...), e mettere tutto insieme.

Con le diapositive successive si propone l'esercizio inverso: provare a scrivere alcuni numeri usando i geroglifici.

Seguono diapositive in cui si spiega come eseguire un'addizione, semplicemente raggruppando i simboli dei numeri da sommare. Nell'ultima addizione, otto bastoncini più due bastoncini, qualcuno osserverà che la scrittura finale, dieci bastoncini, andrebbe corretta in un solo bastoncino curvo.

Le ultime diapositive riguardano la sottrazione, da eseguire con il metodo della cancellazione. Sono tutti esempi che non richiedono cambi, e dunque facili da eseguire anche quando compaiono simboli di numeri grandi.

### Livello 2: 8-10 anni

Con le prime diapositive si mostra come funziona il sistema di scrittura dei numeri con i geroglifici attraverso l'esempio diretto di scrittura dei numeri da uno a venti. Si introducono poi tutti i sette simboli. Si propongono esercizi di lettura di alcuni numeri geroglifici. Viceversa si chiede poi di scrivere in geroglifici alcuni numeri dati.

Si spiega poi come eseguire un'addizione, raggruppando i simboli dei numeri da sommare. Il primo semplice esempio non richiede il cambio. Il secondo esempio prevede invece un cambio per giungere alla forma finale del risultato. Si propongono esercizi di addizione senza e con cambi finali.

Con le diapositive successive si spiega come eseguire la sottrazione, mediante la cancellazione dei simboli. Il primo semplice esempio non presenta difficoltà. Nel secondo esempio si presenta invece un caso in cui per terminare la cancellazione è necessario eseguire un cambio, sostituendo nel primo numero a una corda arrotolata dieci bastoni curvi. Seguono alcuni esercizi proposti.

Si spiega poi come eseguire la moltiplicazione con il metodo del raddoppio. L'esempio è seguito dalla proposta di alcune moltiplicazioni da eseguire con lo stesso metodo.

Si passa infine alla divisione. Il primo esempio e gli esercizi che seguono sono divisioni esatte, in cui si riesce sempre a ricomporre il dividendo. Alla fine si propone anche un esempio in cui la divisione non è esatta, ma dà un resto.

### Livello 3: da 10 anni

Con le prime diapositive si illustra il funzionamento del sistema di scrittura numerica con i geroglifici attraverso l'esempio diretto di scrittura dei primi numeri, con l'impiego di due simboli. Si introducono poi tutti i simboli e si propongono esercizi di lettura e di rappresentazione.

Si spiega poi come eseguire un'addizione, ricopiando i simboli e aggiustando, mediante un cambio, la scrittura finale del risultato. Seguono alcuni esercizi sull'addizione.

Si prosegue con la sottrazione, mostrando la tecnica di cancellazione in un esempio che prevede già la sostituzione di un simbolo con dieci equivalenti. Anche gli esercizi proposti prevedono la sostituzione.

Le diapositive seguenti illustrano come eseguire una moltiplicazione con la tecnica del raddoppio. Seguono alcuni esercizi da eseguire.

La divisione viene affrontata inizialmente nel caso in cui si ha un risultato esatto. Si dà così un esempio e si propongono i relativi esercizi. Si introduce poi un caso in cui non si ottiene il risultato esatto, spiegando come trovare comunque il quoziente e determinare il resto. Seguono gli esercizi da svolgere.

Con le ultime diapositive, solamente per chi vuole ancora proseguire, si introducono le frazioni. Si illustra come si rappresentavano le frazioni con i geroglifici. Si propone poi qualche facile esempio di scrittura di frazioni generiche come somma di frazioni unitarie. Per finire si spiega come utilizzando le frazioni si può continuare il procedimento di divisione nel caso in cui la divisione non sia esatta. Si arriva in questo caso ad un quoziente con parte intera e parte frazionaria. Seguono alcuni esercizi da eseguire sull'esempio del caso illustrato.