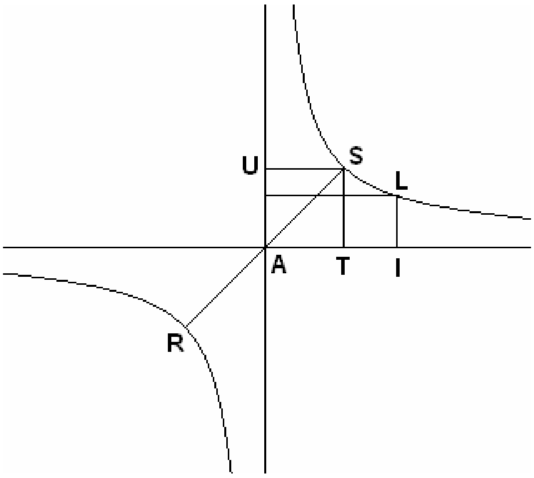
Il solido iperbolico acuto di Torricelli.

Tra i risultati di Torricelli, spicca il volume del cosiddetto "solido iperbolico acuto", cioè del solido generato dalla rotazione di un'iperbole equilatera attorno a un suo asintoto.

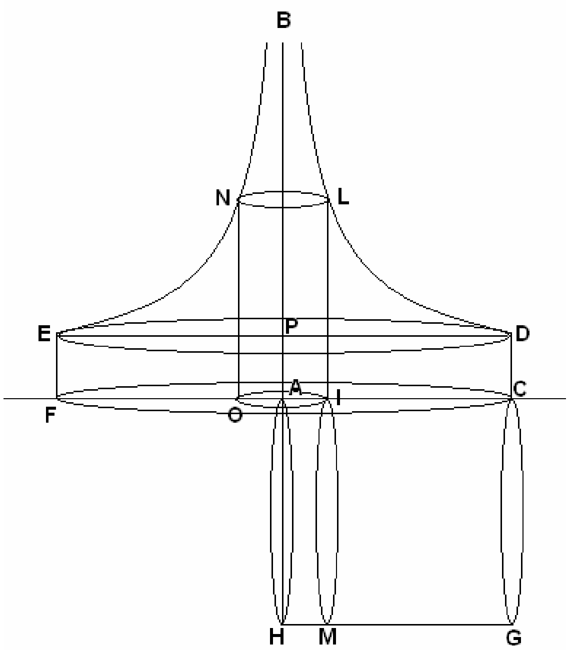


Se BLD è un'iperbole equilatera[1], e S è il punto tale che ST = SU, si ha per ogni punto L sull'iperbole

$$AI \times IL = ST^2.$$

Se indichiamo con AS il semiasse dell'iperbole, cioè la diagonale del quadrato di lati AT e ST, avremo per il teorema di Pitagora $AS^2 = 2\ ST^2 = 2\ AI \times IL$.

Facciamo ora ruotare l'iperbole intorno all'asintoto AB, e sia BLDCFENB il solido infinitamente lungo generato in questa rotazione, ivi incluso il cilindro di base DCFE. Sia AH uguale all'asse dell'iperbole, e sul cerchio di diametro AH costruiamo il cilindro di altezza AC. Questo cilindro è uguale (in volume) al solido iperbolico.



La dimostrazione di Torricelli fa uso delle superfici cilindriche NLIO come indivisibili curvi. Preso un qualsiasi punto I su AC, la superficie laterale di questo cilindro è data dal prodotto della circonferenza di raggio AI per l'altezza IL, dunque da $2\pi\ AI \times IL$. Per quanto detto sopra, questa superficie laterale è allora uguale a $\pi\ AS^2$, e cioè all'area del cerchio di raggio AS, o se si vuole di diametro RS. Se ora si costruisce un cilindro ACGH che ha come base il cerchio di diametro AH=RS e come altezza il segmento AC, la superficie laterale del cilindro NLIO è uguale all'area del cerchio IM.

Poiché ciò è vero comunque si prenda il punto I, avremo che tutte le superfici cilindriche costruite su AC saranno uguali a tutti i cerchi di AC, e quindi il solido iperbolico acuto BLDCFENB è uguale al cilindro ACGH.

[1] Ricordiamo che, prendendo come assi gli asintoti, l'iperbole equilatera ha equazione *xy*=costante, e quindi nella figura $IL \times AI = ST \times SU = ST^2$.