Il principio di identità dei polinomi.

Il metodo delle tengenti di Descartes si basa su un risultato noto come "principio di identità dei polinomi": se due polinomi

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$

$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0 = 0$

sono uguali per ogni valore di x, allora i coefficienti sono uguali:

$a_0 = b_0,\ a_1 = b_1,\ a_2 = b_2,\ \ldots\ a_{n-1} = b_{n-1},\ a_n = bn$-

La dimostrazione è semplice: l'identità

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$

deve valere per ogni valore di x; in particolare per $x=0$, per cui risulta $a_0=b_0$. Si può allora semplificare l'equazione eliminando questi due termini

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_2 x^2 + b_1 x$

e dividendo per x:

$a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \ldots + a_2 x + a_1 = b_n x^{n-1} + b_{n-1} x^{n-2} + \ldots + b_2 x + b_1.$

Anche questa equazione vale per ogni x; in particolare per $x=0$, per cui risulta $a_1=b_1$. Proseguendo si troverà $a_2=b_2$, $a_3=b_3$, eccetera.

Si potrebbe obiettare, come il vescovo Berkeley, che per dividere per x bisogna supporre $x \neq 0$ e pertanto una volta diviso per x non si può porre $x=0$. L'obiezione è corretta, ma si può rispondere sostituendo le parole "in particolare per $x=0$, per cui" con la frase "facendo il limite per $x \to 0$".